



Universidade de Aveiro
2012

Departamento de Engenharia Civil

**João Daniel
Romeiro Ferreira**

**PROGRAMA PARA VERIFICAÇÃO AO SERVIÇO DE
ELEMENTOS DE BETÃO ARMADO**



**João Daniel
Romeiro Ferreira**

PROGRAMA PARA VERIFICAÇÃO AO SERVIÇO DE ELEMENTOS DE BETÃO ARMADO

Dissertação apresenta à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção de grau de Mestre em Engenharia Civil, realizado sob a orientação científica do Doutor Paulo Barreto Cachim, professor associado do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro, e co-orientação do Doutor Miguel Nuno Lobato de Sousa Monteiro de Moraes, professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro.

Aos meus Pais

o júri

presidente

Prof. Doutor Carlos Daniel Borges Coelho

Professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Miguel Ângelo Carvalho Ferraz

Professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Prof. Doutor Paulo Barreto Cachim

Professor associado do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Miguel Nuno Lobato de Sousa Monteiro de Morais

Professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro

agradecimentos

Este trabalho resulta de diversos apoios e incentivos dados ao autor, que vem aqui agradecer de uma forma sincera.

Aos professores Paulo Cachim e Miguel Moraes, meus orientadores, por todo o apoio disponibilizado, e pelas suas indicações que contribuíram valiosamente para o resultado final.

Ao André, ao Paulo, ao Pestinha e ao Rafa, cujo auxílio permitiu um melhor desempenho na domínio das ferramentas necessárias para a realização deste trabalho.

A todos os restantes amigos e colegas, por toda a amizade e encorajamento, os quais contribuíram para a elevada motivação que me guiou nestes meses.

Aos meus pais, pelos valores inculcados e pelo seu incondicional apoio, essenciais em toda esta caminhada, e pela oportunidade que me deram de poder atingir este patamar.

A todos eles, o meu obrigado!

palavras-chave

Eurocódigo, betão armado, verificação da segurança, estados limites de utilização, serviço, tensões, fendilhação, deformação, programação, C#.

resumo

A verificação de elementos de betão armado é realizada em Portugal de acordo com o Eurocódigo 2, que é parte de um conjunto de normas que pretende uniformizar a prática da engenharia civil na Europa. Entre outras disposições, esta norma compreende indicações para a verificação do comportamento de elementos de betão armado em condições de serviço, segundo critérios denominados de estados limites de utilização.

Pretendeu-se com esta dissertação o desenvolvimento de um programa informático que permita a avaliação de elementos com forma de barra a estes critérios, possibilitando a realização de todos os cálculos necessários de uma forma célere, e que possa constituir uma ferramenta de grande utilidade para estudantes e projetistas.

Foi adoptada a linguagem de programação C#, que possibilita que a aplicação corra em ambiente Windows. Esta linguagem compreende uma série de características, associadas a um conceito designado de programação orientada a objetos, que se revelaram apropriadas ao tipo de aplicação realizada.

Ao definir a estrutura do programa, procurou-se que a interface fosse o mais intuitiva e expedita possível, contemplando as secções de geometria mais comuns: rectangular e com forma de T. A consideração de esforços axiais e de momento fletor, a possibilidade de definição da maioria dos parâmetros envolvidos no cálculo, e a capacidade de guardar dados e imprimir os resultados, foram outras funções implementadas.

É sucintamente exposta neste documento a abordagem do Eurocódigo 2 ao tema, enunciando as disposições mais relevantes, sendo descritos os princípios teóricos e cálculos necessários à verificação de elementos em serviço, segundo o regulamento. É apresentado o programa *XD-ConServ*, identificando as suas particularidades e indicando o seu modo de utilização.

Por fim, concretiza-se a aplicação do software a dois exemplos práticos, culminando o documento nas principais conclusões retiradas.

keywords

Eurocode, reinforced concrete, safety check, service limit states, service, stresses, cracking, deflection, programming, C#.

abstract

The assessment of reinforced concrete elements in Portugal is done according to Eurocode 2, part of a set of rules that intend to standardize the practice of civil engineering in Europe. Among other provisions, it includes indications on how to check the behaviour of reinforced concrete elements at service conditions, in conformity to the criteria named serviceability limit states.

The aim of this dissertation was to develop a computer program that can assess frame elements, according to these criteria. Thus, by enabling the fast accomplishment of all necessary calculations, the application can be a very useful tool for both students and designers.

It was adopted the C# programming language, which enables the application to run on Windows operative system. This language includes a number of features, associated with a concept called object-oriented programming, which proved to be suitable for the type of application made.

When defining the program structure, it was attempted to design an interface as intuitive and practical as possible, covering the most common section geometries: rectangular and T shaped. Additionally, the consideration of axial force and bending moment, the possibility of setting the majority of the parameters involved in the calculation, and the ability to save data and print the results, were other enabled functions.

In this document, it is briefly outlined the Eurocode 2 approach to the topic, stating the most relevant provisions, and describing all the theoretical principles and calculations, necessary to check elements at serviceability limit states. The *XD-ConServ* application is also presented, identifying its particularities and indicating instructions on how to use it.

Finally, two practical cases where the software is put to test are presented, and conclusions about this dissertation are drawn.

ÍNDICE DE CONTEÚDOS

Índice de conteúdos	i
Índice de figuras	iii
Índice de tabelas	v
Simbologia.....	vii
1. Introdução	1
1.1. Enquadramento	1
1.2. Objectivos	2
1.3. Organização dos conteúdos	2
2. Abordagem ao EC2	5
2.1. Metodologia geral.....	5
2.2. Análise de esforços	6
2.3. Materiais	7
2.3.1. Betão	7
2.3.2. Aço	10
2.4. Estados limites de utilização	11
2.4.1. Tensões	11
2.4.2. Fendilhação.....	12
2.4.3. Deformação	13
3. Cálculo.....	15
3.1. Princípios teóricos	15
3.1.1. Premissas gerais.....	15
3.1.2. Convenção de sinais	15
3.1.3. Comportamento da secção.....	16
3.2. Tensões	18
3.2.1. Secção não fissurada.....	18
3.2.2. Secção fissurada	21
3.3. Abertura de fendas.....	24
3.4. Flechas	26
3.4.1. Expressão geral.....	27
3.4.2. Flecha através da curvatura	27

4.	Programa <i>XD-ConServ</i>	31
4.1.	Linguagem de programação C#.....	31
4.1.1.	Origem e estrutura	31
4.1.2.	Conceitos de orientação a objetos	32
4.1.3.	Ferramenta Visual C# Express	33
4.2.	Descrição do programa.....	33
4.2.1.	Considerações.....	33
4.2.2.	Estrutura	35
4.2.3.	Outras funcionalidades	36
4.2.4.	Limitações	36
4.3.	Utilização.....	37
4.3.1.	Iniciar o programa	37
4.3.2.	Barra de Menus.....	38
4.3.3.	Dados do formulário principal.....	42
4.3.4.	Verificações	50
5.	Exemplos práticos	55
5.1.	Exemplo 1: Viga de secção em T sujeita a flexão simples.....	55
5.1.1.	Dados	55
5.1.2.	Resultados.....	57
5.2.	Exemplo 2: Pilar de secção quadrada sujeito a flexão composta	59
5.2.1.	Dados	59
5.2.2.	Resultados.....	60
6.	Considerações finais	63
6.1.	Conclusões.....	63
6.2.	Desenvolvimentos futuros	64
	Referências bibliográficas	65
	ANEXOS.....	67
	Anexo I – Cálculo do coeficiente de fluência.....	68
	Anexo II – Cálculo do extensão de retração.....	70
	Anexo III – Coeficientes de carregamento	73
	Anexo IV – Relatório de cálculo do exemplo 1	74
	Anexo V – Relatório de cálculo do exemplo 2.....	77

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Relação entre distribuições probabilísticas de ocorrência dos valores das ações e das respectivas resistências.....	5
Figura 2.	Diagrama de tensões-extensões do betão	9
Figura 3.	Diagramas de tensões-extensões do aço em elementos de betão armado	11
Figura 4.	Análise da distribuição das extensões (b) numa secção compósita (a), sujeita a momento flector e esforço axial positivos (Ghali <i>et al.</i> , 2002)	16
Figura 5.	Distribuição de extensões e tensões numa secção não fissurada.....	18
Figura 6.	Distribuição de extensões e tensões numa secção fissurada.....	21
Figura 7.	Esquema de alguns dos parâmetros necessários para o cálculo da largura de fendas w_k	25
Figura 8.	Esquema de carregamento e correspondente diagrama de momentos, para uma carga uniformemente distribuída, numa viga simplesmente apoiada.....	29
Figura 9.	Valores das cargas e coeficientes de fluência considerados pelo programa na verificação aos SLS	34
Figura 10.	Vista geral do formulário principal, quando iniciado.....	37
Figura 11.	Comandos do menu “Ficheiro”	38
Figura 12.	Comandos do menu “Editar”	39
Figura 13.	Formulário com os dados identificativos do elemento.....	39
Figura 14.	Comandos do menu “Ver”.....	40
Figura 15.	Comandos do menu “Ferramentas”	40
Figura 16.	Formulário “Cálculo de tensões”.....	41
Figura 17.	Comandos do menu “Ajuda”	41
Figura 18.	Formulário “Sobre XD-ConServ”	42
Figura 19.	Seleção da classe do aço na secção relativa aos materiais	43
Figura 20.	Formulário relativo às propriedades dos materiais.....	43
Figura 21.	Seleção do tipo de geometria e visualização dos esforços a considerar	43
Figura 22.	Formulário de definição das características geométricas, para o caso de uma secção em T	44

Figura 23.	Secção de definição dos parâmetros	45
Figura 24.	Separador “Prop. gerais”	45
Figura 25.	Separador “Prop. imed. do betão”	46
Figura 26.	Separador “Retração e fluência”	47
Figura 27.	Separador “Coef. homogeneização”	47
Figura 28.	Separador “Fendilhação”	48
Figura 29.	Separador “Deformação”	49
Figura 30.	Seleção dos esforços a atuar	49
Figura 31.	Vista geral do formulário principal, após verificação concluída.....	50
Figura 32.	Informação do estado da secção	51
Figura 33.	Informação do cálculo para verificação do estado da secção	51
Figura 34.	Informação da verificação das tensões	52
Figura 35.	Informação dos valores das tensões e posição do eixo neutro	52
Figura 36.	Informação da verificação da abertura de fendas	53
Figura 37.	Informação do cálculo da abertura de fendas	53
Figura 38.	Informação da verificação das flechas.....	54
Figura 39.	Informação do cálculo das flechas.....	54
Figura 40.	Esquema da secção e dados dos materiais (exemplo 1)	55
Figura 41.	Esquema do carregamento e esforços considerados (exemplo 1)	56
Figura 42.	Formulário principal após verificação (exemplo 1)	57
Figura 43.	Tensões para a combinação característica a tempo infinito (exemplo 1)	58
Figura 44.	Esquema da secção e dados dos materiais (exemplo 2)	59
Figura 45.	Esquema do carregamento e esforços considerados (exemplo 2)	60
Figura 46.	Formulário principal após verificação (exemplo 2)	60
Figura 47.	Tensões para a combinação característica no tempo inicial (exemplo 2).....	61
Figura 48.	Coeficientes de carregamento do elemento segundo Bond <i>et al.</i> (2006)	73

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.	Valores dos parâmetros relevantes do betão previstos no EC2	8
Tabela 2.	Tipos de aço mais comuns em Portugal	10
Tabela 3.	Diâmetros de aço comercializados em Portugal.....	10
Tabela 4.	Valores de k_h na expressão (67)	71

SIMBOLOGIA

Letras maiúsculas latinas

A	área da secção
A_c	área de betão
$A_{c,eff}$	área efetiva de betão
A_{hom}	área homogeneizada
A_s	área de aço
E_c	módulo de elasticidade do betão
$E_{c,eff}$	módulo de elasticidade efetivo do betão
$E_{c,d}$	módulo de elasticidade de cálculo
E_s	modulo de elasticidade do aço
I_{fiss}	inércia da secção fissurada
I_{nfiss}	inércia da secção não fissurada
K	ductilidade do aço
M	momento flector
M_{res}	momento flector resultante
M_{fiss}	momento que conduz à fissuração da secção
N	esforço normal
N_{fiss}	esforço normal que conduz à fissuração da secção
O	ponto de referência das equações
S_{Rd}	capacidade resistente de cálculo
S_{Rk}	capacidade resistente característica
S_{Rm}	capacidade resistente média
$S_{r,max}$	distância máxima entre fendas
S_{sd}	efeito de cálculo da ação
S_{sk}	efeito característico da ação
S_{sm}	efeito médio da ação

Letras minúsculas latinas

b	largura da secção
b_f	largura do banzo
b_w	largura da alma
c	recobrimento nominal

c_{mec}	recobrimento mecânico
d	altura útil
e_s	excentricidade da força resultante em relação à camada de aço à tração
f	ponto de aplicação do esforço normal
f_{ck}	resistência característica do betão à compressão
f_{cm}	resistência média do betão à compressão
$f_{ct,eff}$	resistência efetiva do betão à tração
f_{ctd}	resistência de cálculo do betão à tração
f_{ctk}	resistência característica do betão à tração
f_y	resistência do aço à tração
f_{yk}	tensão de cedência característica do aço à tração
h	altura da secção
$h_{c,eff}$	altura efetiva de betão
h_f	altura do banzo
h_w	altura da alma
k	coeficiente de carregamento do elemento
k_1	coeficiente que tem em conta as propriedades de aderência das armaduras
k_2	coeficiente dependente da distribuição das tensões
k_3	coeficiente indicado pelo EC2
k_4	coeficiente indicado pelo EC2
k_c	coeficiente relativo à distribuição de tensões na secção
k_t	coeficiente dependente da duração do carregamento
l	comprimento do vão
q	carga distribuída
s_{fiss}	momento estático fissurado das armaduras em relação ao centro de gravidade da secção
s_{nfiss}	
	momento estático não fissurado das armaduras em relação ao centro de gravidade da secção
t	instante de tempo
w_k	largura das fendas
x	profundidade do eixo neutro
z_G	centro de gravidade da secção não fissurada
$z_{G'}$	braço do binário da secção fissurada

Letras minúsculas gregas

α	coeficiente de homogeneização da secção
α_c	coeficiente de dilatação térmica do betão
β	coeficiente que tem em conta a influência da frequência e duração do carregamento
β_{cc}	coeficiente que depende da idade do betão
δ	flecha
δ_{max}	flecha máxima
ϵ_0	extensão no ponto de referência das equações
ϵ_c	extensão no betão
ϵ_{ca}	extensão de retração do betão autógena
ϵ_{cd}	extensão de retração do betão por secagem
ϵ_{cs}	extensão total de retração do betão
ϵ_s	extensão no aço
ϵ_{sm}	extensão média da armadura
ϵ_{cm}	extensão média do betão entre fendas
ζ	coeficiente de ponderação da fissuração
ν	coeficiente de Poisson do betão
$\rho_{p,eff}$	percentagem efetiva de armadura
σ_c	tensão no betão
σ_s	tensão no aço
Φ	símbolo de identificação do diâmetro do varão
$\varphi_{(t,t_0)}$	coeficiente de fluência do betão para um tempo genérico t
ψ	curvatura da secção

Números

$1/r$	curvatura total da secção, no cálculo da deformação
$1/r_{cs}$	curvatura do elemento devida à extensão de retração do betão
$1/r_n$	curvatura do elemento devida à flexão

Abreviaturas e acrónimos

EC2	Eurocódigo 2
ULS	Estados limites últimos (<i>Ultimate Limit States</i>)
SLS	Estados limites de utilização (<i>Serviceability Limit States</i>)

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de uma aplicação informática, denominada *XD-ConServ* (*Xpress Design of Concrete Elements at Service*), que pretende auxilliar a verificação de elementos de betão armado aos estados limites de utilização, segundo o Eurocódigo 2 (EC2).

1.1. Enquadramento

A construção em betão armado foi introduzida em Portugal no final do século XIX, tendo sido edificadas um grande número de estruturas ainda antes do final da primeira metade do século passado. Durante essa fase foram publicadas normas que regulamentavam o seu uso, mas apenas em 1967, com o Regulamento de Estruturas de Betão Armado, se introduziu a moderna filosofia de verificação de segurança em relação aos estados limites (Appleton, 2005).

Hoje em dia, o dimensionamento de elementos de betão armado é efetuado segundo o EC2 – Projeto de Estruturas de Betão (2010), que contempla a mesma filosofia. Esta norma, que começou por ser uma diretiva europeia lançada no ano de 1992 e que assumia em Portugal um carácter indicativo (a norma em vigor era o Regulamento de Estruturas de Betão Armado Português, de 1983), pretende eliminar barreiras técnicas e uniformizar a prática da engenharia civil na Europa. Tal implica um longo conjunto de condições a verificar, pelo que o dimensionamento de um único elemento se pode tornar algo moroso e de relativa complexidade.

A elaboração de programas de cálculo no contexto da engenharia civil veio tornar o processo de dimensionamento mais célere, sendo que, atualmente, estas aplicações se assumem como ferramentas indispensáveis para qualquer técnico que trabalhe na área de projeto. Ao nível académico, estas ferramentas de cálculo constituem igualmente uma mais valia, pois permitem aos utilizadores comparar resultados com os obtidos através da resolução manual e faseada de exercícios e problemas, assim como utilizá-los em projetos de investigação.

Por estes motivos, o departamento da engenharia civil da Universidade de Aveiro decidiu criar um projeto denominado CivilXD, que engloba um conjunto de programas

disponibilizados gratuitamente, desenvolvidos por estudantes e professores, que podem constituir ferramentas úteis para projetos de engenharia e estudos académicos. Esta dissertação realiza-se no âmbito deste projeto, pretendendo-se com a mesma complementar o leque de programas já disponíveis, entre os quais o *XD-CoSec*, que permite o cálculo e verificação de secções de betão armado aos estados limites últimos.

1.2.Objectivos

Com este trabalho propôs-se o desenvolvimento de um programa de cálculo, a realizar através do uso do software informático de programação Visual C# Express, que permita ao utilizador efetuar a verificação de elementos de betão armado com formato de barra (pilares e vigas) às disposições do EC2, nomeadamente no que concerne à análise das tensões, das fendas e da deformação, que afetam este tipo de elemento estrutural.

Pretendeu-se que o programa permitisse a análise expedita de elementos de secção constante, com geometria rectangular ou em T, visto serem estas as formas mais comuns em elementos de betão armado, solicitados por esforço axial, momento fletor ou por ambos, através de uma interface gráfica que tornasse a utilização do programa intuitiva para o utilizador.

Igualmente, pretendeu-se que o utilizador tenha a possibilidade de utilizar valores predefinidos para os parâmetros considerados (por exemplo as propriedades do betão em função da sua classe), sem que tenha a necessidade de perder tempo a editá-los. Ainda, de forma a tornar o programa o mais abrangente possível, e de modo a permitir a utilização de valores reais para as características dos elementos, procurou-se assegurar também a possibilidade de edição de cada um destes dados.

De maneira a facilitar a comparação de resultados, procurou-se que o utilizador tenha acesso aos cálculos intermédios, através da consulta dos valores obtidos para cada um dos parâmetros envolvidos no cálculo. Tentou-se ainda que o utilizador tenha a possibilidade de guardar as informações e dados de cada elemento, para que posteriormente possa voltar a utilizá-lo, e que tenha acesso a um relatório de cálculo que contemple a exportação dos resultados das verificações efetuadas pelo programa.

1.3.Organização dos conteúdos

A exposição dos conteúdos encontra-se dividida em seis capítulos, sendo este o primeiro, onde se procede ao enquadramento deste trabalho no seu contexto geral, apresentando-se os

objectivos que se pretenderam atingir, e indicando quais os assuntos abordados em cada um deles.

Desta forma, no segundo capítulo são explicados, de uma forma sucinta, os princípios necessários para a verificação de elementos de betão armado ao serviço através do EC2, abordando a metodologia dos estados limites, a determinação dos esforços nos elementos, as propriedades e o comportamento dos materiais, e as disposições que permitem garantir a verificação em condições de serviço.

No terceiro capítulo, são enunciados os princípios teóricos da análise de secções, e será explicitado como é feito o cálculo das tensões, da abertura de fendas e das flechas, para secções com geometria rectangular e com forma de T.

O capítulo quarto é dedicado ao programa *XD-ConServ*, e nele são referidas a linguagem de programação utilizada e as suas características, sendo igualmente descritas a abordagem ao cálculo considerada, as ferramentas disponibilizadas e a maneira como o utilizador deverá proceder.

A aplicação do programa a dois exemplos práticos será relatada no quinto capítulo, onde é demonstrada a análise de um viga de secção em T sujeita a flexão simples, e de um pilar de secção rectangular sujeito a flexão composta.

Finalmente, no sexto e último capítulo, figuram as considerações finais acerca do programa, entre as quais as principais conclusões a retirar sobre o trabalho, assim como aspectos que poderão ser futuramente abordados ou melhorados.

2. ABORDAGEM AO EC2

O dimensionamento de estruturas de betão armado é hoje executado em Portugal de acordo com o EC2. Esta norma estabelece critérios para a consideração dos valores característicos das propriedades dos materiais, aponta os níveis de segurança e de funcionalidade que deverão ser tidos em conta na definição dos elementos, define como deverão ser determinados os esforços nas suas secções, e estabelece imposições construtivas que deverão ser respeitadas.

Neste capítulo descrevem-se resumidamente as indicações do regulamento necessárias à verificação dos estados limite de utilização, não sendo abordado o pré-esforço por não ser um dos objetivos do programa de cálculo.

2.1. Metodologia geral

De modo a garantir a estabilidade das estruturas e as suas exigências de funcionalidade e conforto, o EC2 apresenta dois critérios distintos que se baseiam na teoria probabilística: os estados limites últimos, ULS, e os estados limites de utilização ou de serviço, SLS.

Relativamente aos primeiros, estes pretendem determinar quais as cargas que levam o elemento estrutural à rotura, garantindo que as mesmas nunca são atingidas. A ideia essencial é a de que uma certa capacidade resistente característica, S_{Rk} , minorada através de coeficientes de segurança, S_{Rd} , deve ser sempre superior ao valor do esforço atuante majorado correspondente, S_{sd} . Estes coeficientes provêm do estudo probabilístico do comportamento dos materiais e da ocorrência das ações (Figura 1).

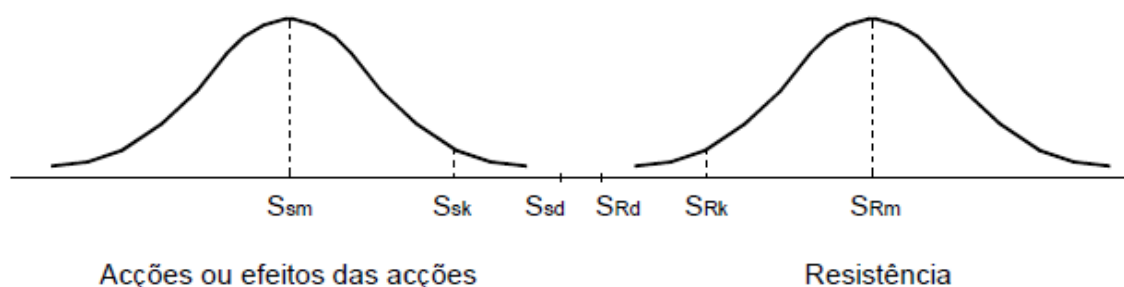


Figura 1. Relação entre distribuições probabilísticas de ocorrência dos valores das ações e das respectivas resistências

No que diz respeito aos estados limites de serviço, são considerados do estudo probabilístico valores médios para o comportamento dos materiais e valores de ações espetáveis de acontecer (valores característicos), sendo definidos três tipos de combinações das várias ações em função da duração e frequência com que acontecem: as combinações características, frequentes e quase-permanentes. Estas combinações são quantificadas em função de coeficientes que atribuem a probabilidade das várias ações ocorrerem ao mesmo tempo, e o que se pretende é garantir que o esforço introduzido por estas solicitações não ponha em risco a funcionalidade do edifício no seu período de vida útil. O modo como o EC2 garante o funcionamento satisfatório dos elementos de betão armado em serviço será exposto no subcapítulo 2.4.

Os coeficientes de segurança parciais relativos às ações e as suas combinações para ambos os estados limites estão quantificados no Eurocódigo 0 – Bases para o projecto de estruturas, e no Eurocódigo 1 - Acções em estruturas, sendo também possível a utilização do Regulamento de Segurança e Acções para Edifícios e Pontes (RSA). Os coeficientes para a capacidade resistente dos materiais que compõem o elemento, aço e betão, encontram-se no EC2.

2.2. Análise de esforços

O EC2 preconiza quatro tipos de análise do comportamento dos materiais que podem ser efectuados de forma a quantificar os esforços que atuam nas estruturas de betão armado. São elas a análise linear elástica, análise linear elástica com redistribuição, análise plástica e análise não linear, e a sua caracterização é efetuada abaixo segundo Cachim (2009).

A primeira é a mais simples de realizar e pressupõe que o comportamento dos materiais é linear elástico, sendo que os resultados se aproximam da realidade para valores de carga baixos, mas se afastam desta quando se avaliam valores de carregamento próximos dos que levam o elemento à rotura. Por esta razão, é frequente considerar este primeiro método na verificação dos SLS, optando-se por um dos dois métodos seguintes na averiguação dos ULS.

A análise linear com redistribuição parte dos mesmos pressupostos que a anterior, mas efetua uma redistribuição dos esforços no elemento, mediante o princípio de formação de rótulas plásticas que respeitem as condições de equilíbrio e que originem migração de esforços de umas secções para outras, o qual só é possível ocorrer em estruturas hiperestáticas e para valores de carga suficientemente grandes, que conduzam à plastificação dos materiais.

Desta forma consegue-se um maior aproveitamento da capacidade resistente das secções, e um dimensionamento mais económico.

A análise plástica parte igualmente do princípio de formação de rótulas plásticas, sendo que, neste caso, é admitido um comportamento rígido-plástico dos materiais, de forma a que possam ser aplicados os dois teoremas básicos da plasticidade: os métodos estático e cinemático. Este comportamento só é válido para cargas próximas da rotura, pelo que este método apenas se ocupa da verificação aos ULS. É essencial garantir que o elemento possui capacidade de rotação nas zonas onde é flectido, pelo que o EC2 apresenta algumas condições que devem ser respeitadas, para que seja válida a análise plástica.

Outra opção para o dimensionamento de estruturas é a realização de uma análise elástica não linear, sendo este o método mais rigoroso por assumir o comportamento não linear do aço e do betão, mas que implica a formulação de modelos complexos de cálculo, os quais requerem meios informáticos avançados. Por esta razão, e porque implica muito mais tempo e dinheiro despendidos, é comum prescindir-se o uso desta análise na determinação dos esforços em estruturas corriqueiras.

2.3.Materiais

Para que seja possível inferir sobre as capacidades resistentes dos elementos de betão armado, é necessário o prévio conhecimento das propriedades dos materiais que a compõem.

Ao contrário dos ULS em que o objetivo é aproveitar toda a capacidade resistente do betão e do aço, considerando-se desta forma os comportamentos elásticos e plásticos destes materiais no dimensionamento ou verificação dos elementos, no serviço as cargas consideradas são suficientemente inferiores às dos ULS, considerando-se o betão e o aço como possuindo comportamentos elásticos lineares tanto para os esforços de compressão como para os de tração, aplicando-se então o primeiro método de análise referido em 2.2.

2.3.1. Betão

Em primeiro lugar, importa conhecer os parâmetros que estão relacionados com a resistência e a deformação do betão. São eles os valores característicos e médio da tensão de rotura à compressão, f_{ck} e f_{cm} , o valor médio da tensão de rotura à tração, f_{ctm} , os valores característicos equivalentes correspondentes aos percentis 5 e 95, $f_{ctk0.05}$, $f_{ctk0.95}$, o valor médio do módulo de elasticidade, E_{cm} , o coeficiente de Poisson, ν , e o coeficiente de dilatação

térmica, α_c . Aos dois últimos o EC2 atribui valores indicativos iguais a 0,2 e $10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, respectivamente, estando as outras propriedades descritas nesta norma em função de cada classe do betão, conforme é mostrado na Tabela 1.

As classes do betão são designadas através da letra C e dos valores da rotura à compressão característica para provetes cilíndricos, f_{ck} , e cúbicos, $f_{ck,cube}$, expressos em MPa.

Tabela 1. Valores dos parâmetros relevantes do betão previstos no EC2

Parâmetros	Valores para cada classe													
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (Mpa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (Mpa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44

Estas propriedades sofrem evolução devido à cura do betão, considerando-se que ao fim 28 dias atingem os valores de referência, que se encontram presentes na Tabela 1. É importante notar que todos estes valores se estabelecem relativamente a f_{ck} , estando as expressões para o seu cálculo presentes na tabela 3.1 do EC2, equivalente a esta.

Caso seja pertinente o conhecimento de valor destas propriedades para um instante t nesse período de tempo, o EC2 apresenta as equações (1), (2) e (3), que permitem determinar $f_{cm}(t)$, $f_{ctm}(t)$ e $E_{cm}(t)$, respectivamente.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad (1)$$

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^\alpha f_{ctm} \quad (2)$$

$$E_{cm}(t) = \left[\frac{f_{cm}(t)}{f} \right]^{0,3} E_{cm} \quad (3)$$

onde $\alpha = 1,0$ para $t < 28$ dias e $\alpha = 2/3$ para $t \geq 28$ dias. $\beta_{cc}(t)$ é dado por (4):

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left[s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right]} \quad (4)$$

De forma a considerar a evolução das propriedades do betão ao longo do tempo, importa determinar quais as extensões devidas à fluência e à retração do betão. Os seus valores dependem de fatores como a idade do betão no primeiro carregamento, as dimensões do elemento e o tipo de ambiente a que está sujeito, bem como a intensidade da carga e a sua duração.

A forma de cálculo do coeficiente que tem em conta o efeito de fluência para um determinado tempo t , $\varphi.(t,t_0)$, sendo t_0 a idade do betão à data do primeiro carregamento, encontra-se descrita no Anexo I deste documento.

A retração total do elemento, ε_{cs} , ocorre devido à secagem do elemento, ε_{cd} , e como consequência das reações químicas de hidratação do cimento, que se manifestam ao longo do tempo, sendo esta componente designada por extensão de retração autógena, ε_{ca} . O método de cálculo para estas quantidades encontra-se igualmente na parte final deste documento, no Anexo II.

Como referido em 2.2, é normalmente adoptado um comportamento elástico linear do betão à compressão para as cargas de serviço, até atingir o seu valor de resistência característico, f_{yd} , sendo este comportamento para o betão representado no diagrama tensões-extensões da Figura 2.

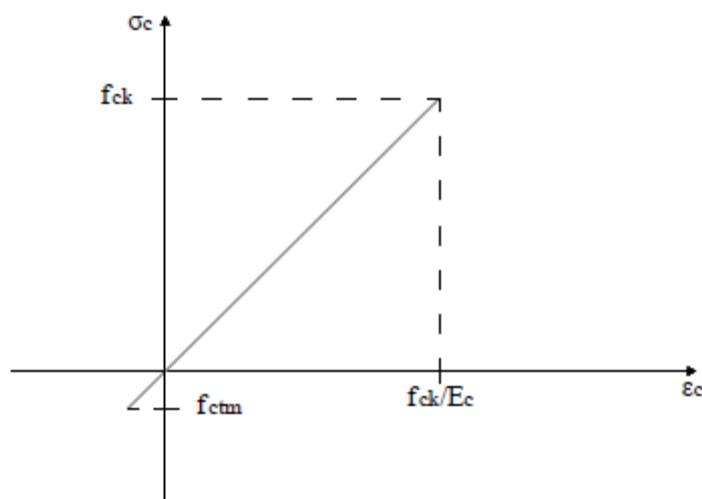


Figura 2. Diagrama de tensões-extensões do betão

Considera-se que o betão quando tracionado segue também um comportamento linear, até atingir o seu valor de resistência à tração, normalmente considerado nos SLS pelo f_{ctm} , mas que é bastante inferior a f_{ck} .

2.3.2. Aço

O EC2 define várias propriedades segundo as quais se rege o comportamento do aço nas estruturas de betão armado. Entre elas, as que de uma forma mais direta estão relacionadas com a resistência das elementos são a tensão de cedência, f_{yk} , o módulo de elasticidade, E_s , que se admite de valor igual a 200 GPa, e a ductilidade, K , definida pela razão entre a resistência à tração, f_y , e a tensão de cedência.

De forma a distinguir os vários tipos de varões, estes são divididos segundo o seu valor de tensão de cedência (expresso em MPa), o seu processo de concepção, representados por N (laminados a quente) e E (endurecidos a frio), pela existência ou não de rugosidade na sua superfície, R (rugosos) e L (lisos), e, no caso particular dos laminados a quente, pelas suas características de ductilidade, atribuindo-se a designação SD caso possuam ductilidade especial. Embora não tenha influência no dimensionamento do elementos de betão armado, aos varões de aço estão também associados o país e a fábrica onde foram produzidos.

Com base nestes critérios, a tipologia do aço é dividida em classes, A, B e C, sendo que as designações de aços mais comuns em Portugal, bem como os diâmetros que são comercializados, encontram-se na Tabela 2 e na Tabela 3, respetivamente.

Tabela 2. Tipos de aço mais comuns em Portugal

Designação	Especificação	Classe	f_{yk} (MPa)	$K = f_t/f_{yk}$
A 400 NR	LNEC E449:2008	B	400	1,08
A 500 NR SD	LNEC E455:2008	C	400	1,15
A 500 NR	LNEC E450:2008	B	500	1,08
A 500 NR SD	LNEC E460:2008	C	500	1,15
A 500 ER	LNEC E456:2008	A	500	1,05
A 500 EL	LNEC E457:2008	A	500	1,05

Tabela 3. Diâmetros de aço comercializados em Portugal

Diâmetro (mm)	6	8	10	12	16	20	25	32
Área (cm ²)	0,28	0,50	0,79	1,13	2,01	3,14	4,91	8,03

Relativamente à consideração do comportamento do aço, é também considerado um comportamento linear elástico, sendo o seu comportamento idêntico quando comprimido ou tracionado, conforme o ilustrado na Figura 3.

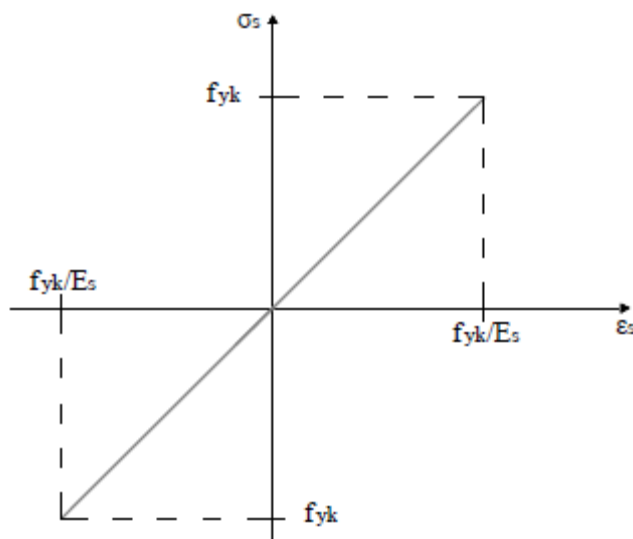


Figura 3. Diagramas de tensões-extensões do aço em elementos de betão armado

2.4.Estados limites de utilização

O intuito dos SLS é então garantir um correto desempenho da estrutura ao longo da sua vida, sendo através do controlo das tensões, da fendilhação e da deformação que o EC2 aborda este tema.

2.4.1. Tensões

A limitação das tensões de compressão no betão é efectuada pelo EC2 mediante a consideração das combinações características, de modo a que estas não originem tensões superiores a $0,6 f_{ck}$, de forma a evitar a formação de fendas longitudinais. Ainda, para que seja possível a consideração de um comportamento linear da fluência, as tensões no betão devido às combinações quase permanentes não deverão ultrapassar $0,45 f_{ck}$.

A formação de fendas transversais no betão é evitada através do controlo das tensões de tração no betão e no aço. Dada a pouca resistência do betão à tração que conduz à sua facilidade em fissurar para tensões baixas, é normalmente adoptado o controlo apenas através do aço, garantindo que este não plastifica e que impede convenientemente o crescimento da largura das fendas acima do recomendável. A verificação à influência direta das ações é efectuada para as combinações características e o valor limite de tensão a considerar é $0,8 f_{yk}$. O EC2 refere ainda que nos casos em que a tensão é devida a uma deformação imposta, como

por exemplo a extensão de retração do betão, a tensão de tração nas armaduras não deve exceder $1,0 f_{yk}$.

As tensões atuantes, que visam a comparação com os limites apontados, são determinadas em função dos diagramas de extensões e tensões, tendo em conta se a secção se encontra ou não fissurada.

No subcapítulo 3.2 será explicitada a forma de calcular as tensões instaladas numa secção de betão armado, e de determinar se esta se encontra ou não fissurada.

2.4.2. Fendilhação

Deve ser limitada a largura das fendas susceptíveis de se formar devido às ações diretas e às deformações impostas, de modo a satisfazer os requisitos de durabilidade do elemento, proporcionando estanqueidade e prevenindo a corrosão das armaduras, evitando ainda uma aparência desagradável que possa condicionar o bem estar ou gerar desconfiança nos utilizadores da estrutura em que se insere. Este controlo pode ser feito sem ou com o cálculo explícito da abertura de fendas, sendo que em ambos os casos a verificação é efetuada tendo como referência o valor máximo da largura de fendas permitido, $w_{k,max}$, suficiente para satisfazer esses requisitos em função da classe de exposição do elemento.

Para o primeiro caso, mais simplificado, o EC2 apresenta dois quadros com valores máximos para os diâmetros e para os espaçamentos dos varões, que devem ser corrigidos em função de duas expressões que correspondem aos casos particulares de esforços de flexão e de tração. Na hipótese de tanto os espaçamentos como os diâmetros dos varões respeitarem os valores apontados pelas tabelas, pode-se considerar que o estado limite de fendilhação é verificado.

Outra maneira de verificar a fendilhação, mais exata, é através da cálculo direto da abertura de fendas, w_k , para as combinações quase permanentes, e da sua comparação com $w_{k,max}$.

O EC2 menciona ainda a existência de uma área mínima de armadura longitudinal, $A_{s,min}$, de pode ser garantida de maneira a que, no momento em que o elemento fendilha, a tensão que se encontra instalada no betão à tração seja convenientemente absorvida pelo aço.

O método de cálculo da largura de fendas é descrito neste documento no subcapítulo 3.3, não tendo sido consideradas as restantes opções de verificação, por serem as que menos diretamente verificam a fendilhação.

2.4.3. Deformação

A deformação de um elemento de betão armado deve ser limitada de modo a evitar uma aparência desagradável, de maneira a que não condicione a funcionalidade do edifício e de forma a que os seus valores de deformação não sejam suficientes para perturbar outros elementos, como por exemplo paredes que possam ser afectadas pela sua deformação excessiva.

À semelhança da verificação da fendilhação, o EC2 refere que o controlo da deformação pode ser efectuado sem determinar a flecha do elemento, através da verificação de um valor limite da sua relação vão/altura, tendo em conta vários parâmetros relacionados com as condições de equilíbrio, condições geométricas e com as características dos materiais usados.

Caso se pretenda uma verificação mais exata, deve-se proceder à determinação do valor máximo da flecha, comparando-a posteriormente com o valor máximo admitido, δ_{\max} . Para a flecha total, δ_{total} , deverão ser consideradas as combinações quase permanentes e o coeficiente de fluência a tempo infinito, $\varphi(\infty, t_0)$, limitando normalmente o valor da flecha a $l/250$, sendo l o comprimento do vão.

Caso seja necessário limitar a flecha diferida, δ_{dif} , que ocorre após a construção das paredes e que poderá afectar as mesmas (e por consequência outros elementos, como por exemplo envidraçados), deverão ser considerados os esforços provocados pelas cargas no instante t_c imediatamente após a colocação das paredes, assim como o respetivo coeficiente de fluência, $\varphi(t_c, t_0)$, obtendo-se a flecha para esse instante, δ_{const} . A flecha diferida é obtida através da diferença entre δ_{tot} e δ_{const} , e o seu valor limite é normalmente assumido como sendo igual a $l/500$.

No subcapítulo 3.4 será explicado como é calculada a estimativa do valor máximo da flecha para um determinado instante de tempo, não se tendo considerado a outra opção, devido ao seu âmbito prescritivo.

3. CÁLCULO

A verificação de um elemento aos SLS pode então ser atingida pela determinação das tensões instaladas no betão e no aço, o cálculo da largura das fendas que se poderão formar, e a obtenção do nível de deformação, traduzido pela estimativa do valor máximo da flecha que irá ocorrer. Neste capítulo é explicitada a metodologia considerada para o cálculo destes parâmetros, para secções com geometria rectangular e com forma de T.

3.1.Princípios teóricos

De acordo com os capítulos 2 e 7 de Ghali *et al.* (2002), apresentam-se neste subcapítulo as considerações necessárias para a análise de secções de betão armado em serviço.

3.1.1. Premissas gerais

São assumidas as seguintes hipóteses:

- os materiais possuem um comportamento linear elástico.
- a secção é composta por um núcleo de betão armado que envolve convenientemente as armaduras;
- as secções possuem um eixo de simetria vertical;
- existe uma interação perfeita entre o aço e o betão, que conduz a que as extensões no betão e no aço sejam iguais para a mesma fibra (perpendicular ao eixo de simetria referido);
- secções mantêm-se planas depois de deformadas, ou seja, a distribuição de extensões ao longo da secção segue um comportamento linear;

3.1.2. Convenção de sinais

É assumida a seguinte convenção de sinais:

- a força axial N de tração é positiva;
- momento M que produz compressão acima do eixo neutro e tração abaixo é positivo;

- M positivo produz curvatura positiva;
- a excentricidade $e = M/N$ e a coordenada y de cada fibra são medidas para baixo de O .
- esforço de tração e a correspondente extensão são positivos;

3.1.3. Comportamento da secção

Dado que as secções de betão armado são compostas por dois materiais de características diferentes, o betão e o aço, existe a necessidade de se proceder à homogeneização destes dois materiais, de forma a que se possam analisar as extensões e a curvatura aí existentes.

3.1.3.1. Homogeneização da secção

Em secções compósitas (Figura 4a), este procedimento é feito substituindo a secção original por uma secção transformada, para a qual a área de qualquer parte i é substituída por uma área dada por $(E_i/E_{ref}) \cdot A_i$, onde E_{ref} é um valor arbitrado para um módulo de elasticidade de referência e E_i é o módulo de elasticidade da parte i da secção. O elemento é então considerado como possuindo um módulo de elasticidade E_{ref} e as características da secção transformada, como por exemplo a área e o momento de inércia.

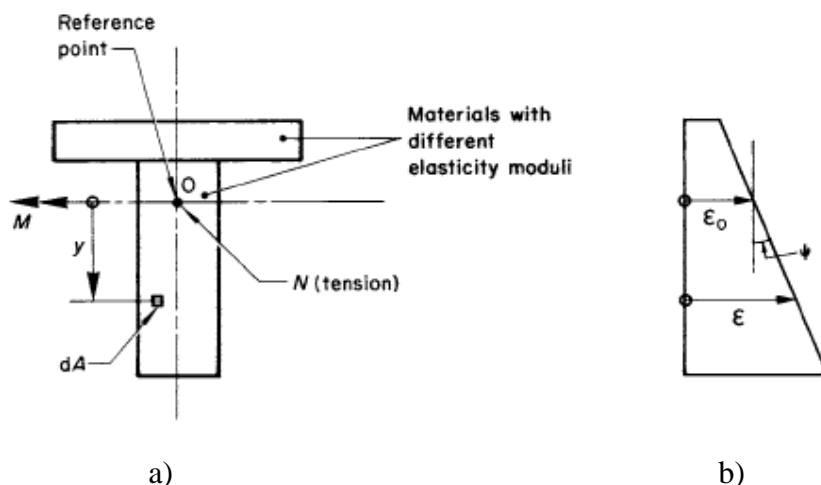


Figura 4. Análise da distribuição das extensões (b) numa secção compósita (a), sujeita a momento flector e esforço axial positivos (Ghali *et al.*, 2002)

Nas secções de betão armado, o módulo de referência é normalmente admitido como sendo igual a E_{cm} , sendo então a área de betão a mesma da secção inicial. A área correspondente ao aço é substituída por α multiplicado pela área de aço original, onde α é a

razão entre o módulo de elasticidade do aço e o modo de elasticidade do betão, denominado de coeficiente de homogeneização (equação (5)):

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (5)$$

Quando se tem em conta o efeito de fluência para um determinado tempo t , é substituído o valor de E_{cm} pelo $E_{c,eff}$, dado por (6):

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} \quad (6)$$

Este valor irá alterar o α já que E_s se mantém constante, sendo também frequente adoptar um processo inverso e definir um valor para o α , obtendo-se o módulo de elasticidade do betão de cálculo $E_{c,d}$, através da razão entre E_s e α , conforme a expressão (7).

$$E_{c,d} = \frac{E_s}{\alpha} \quad (7)$$

3.1.3.2. Extensões, curvatura e tensões

Assumindo que a secção é sujeita a uma força normal N aplicada num ponto qualquer da secção e a um momento flector M positivo, sendo a distribuição das extensões assumida como linear (Figura 4b), o seu valor pode ser determinado em qualquer ponto por (8):

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \psi y \quad (8)$$

onde ε_0 é a extensão num ponto de referência O , ψ a curvatura e y a distância do ponto estudado ao eixo de referência que passa por O , sendo positiva quando ele se encontra abaixo deste eixo.

A partir do diagrama de extensões é possível o cálculo das tensões no betão, σ_c , e no aço, σ_s , a partir da lei da Hooke (equação (9)), através da multiplicação da extensão no ponto em causa pelo módulo de elasticidade do material correspondente.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (9)$$

3.2. Tensões

Tal como foi referido em 2.4.1, o cálculo das tensões numa secção depende do estado em que se encontra a secção, ou seja, se está ou não fissurada. O processo de cálculo das tensões que atuam numa dada secção do elemento passa por considerar a secção como não fissurada, verificando-se quais as tensões que nela atuam e determinando se a tensão na fibra de betão que se encontra mais tracionada é inferior ao seu valor de resistência à tração, f_{ctm} . Caso essa condição não se verifique procede-se a um novo cálculo das tensões, considerando-se que a parte de betão tracionada não contribui para a resistência do elemento.

As equações que se encontram abaixo estão deduzidas para o caso de uma secção em T reforçada por camadas de aço A_s e A_s' perto das fibras da base e do topo da secção, respectivamente. A sua aplicação a uma secção rectangular é igualmente possível admitindo que as larguras do banzo, b_f , e da alma, b_w , são iguais a b .

Importa ainda referir que a consideração de $\alpha-1$, referente ao processo de homogeneização da secção, é feita de modo a retirar a área de aço da área total. No caso de a secção se considerar parcial ou totalmente fissurada, deve-se utilizar diretamente o valor de α ao considerarem-se as armaduras que se encontrem nas zonas onde o betão está fissurado.

3.2.1. Secção não fissurada

De acordo com as condições referidas em 3.1, apresenta-se na Figura 5 o esquema das tensões no aço e no betão para secções não fendilhadas, quando existe flexão composta.

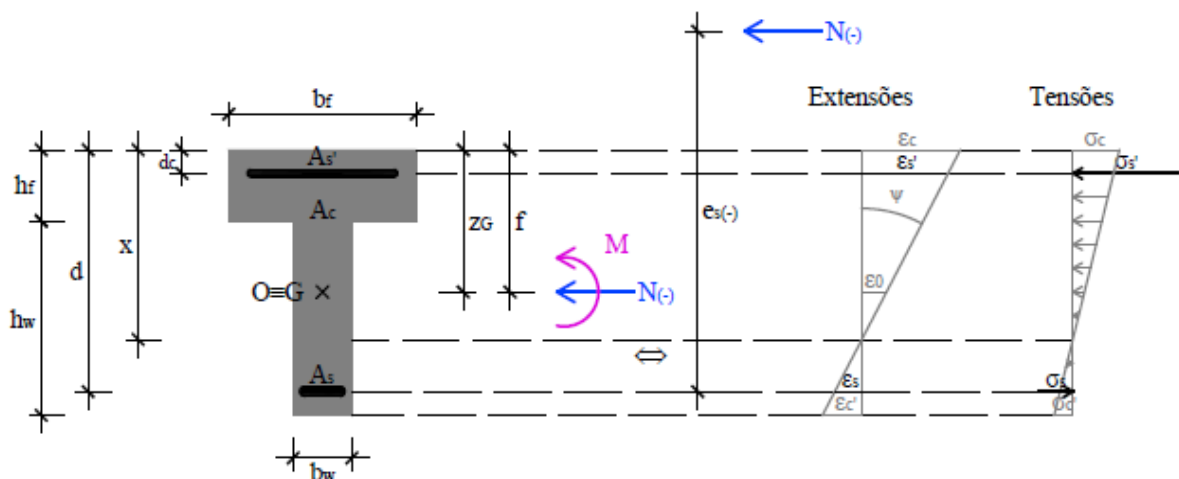


Figura 5. Distribuição de extensões e tensões numa secção não fissurada

Para o efeito, é considerado que o ponto de aplicação do esforço normal N , situado a uma distância vertical f do topo da secção, coincide com o centro de gravidade da secção homogeneizada total, G . Existe ainda a necessidade de definir o ponto de referência das equações, O , que se faz igualmente coincidir com o centro de gravidade da secção, de modo a tornar as equações menos complexas.

Para que seja possível o cálculo quando o ponto de aplicação do esforço normal não coincide com o ponto de referência das equações, O , as duas ações podem ser substituídas por uma resultante N localizada a uma excentricidade e_s , que origina um momento transformado M_{transf} . Assume-se que e_s é a excentricidade da resultante medida para baixo da camada de aço à tração, A_s . Assim, e_s é uma quantidade negativa quando a resultante normal está situada acima de A_s , como se constata na Figura 5. Dado que, neste caso, O se encontra localizado no mesmo ponto onde o esforço normal está aplicado, M_{transf} assumirá o valor de M .

Depois de calcular a posição do centro de gravidade, a área homogeneizada e a inércia da secção, torna-se então possível calcular a extensão no ponto de referência, ϵ_0 , e a curvatura, ψ .

Área homogeneizada:

$$A_{hom} = bl + (\alpha - 1)A_s + (\alpha - 1)A_s \quad (10)$$

Posição do centro de gravidade:

$$z_G = \frac{\frac{h_f}{2} h_f b_f + (h_f + \frac{h_w}{w})(b_w h_w) + d_c (\alpha - 1) * A_s + d(\alpha - 1) * A_s}{A_{hom}} \quad (11)$$

Inércia não fissurada:

$$I_{nfiss} = \frac{b_f h_f^3}{12} + b_f h_f (z_G - \frac{h_f}{2})^2 + \frac{b_w h_w^3}{12} + b_w h_w (h_f + \frac{h_w}{2} - z_G)^2 + (\alpha - 1)A_s (z_G - d_c)^2 + (\alpha - 1)A_s (d - z_G)^2 \quad (12)$$

Momento transf:

$$M_{transf} = M + N(f - z_G) \quad (13)$$

Extensão no ponto de referência:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E_{c,d}} \frac{N}{A_{\text{hom}}} \quad (14)$$

Curvatura:

$$\psi = \frac{1}{E_{c,d}} \frac{M_{\text{transf}}}{I_{\text{nfiss}}} \quad (15)$$

Conforme o descrito em 3.1.3.2, são obtidas as tensões no betão e no aço para qualquer ponto através da multiplicação do seu módulo de elasticidade pela valor da extensão da secção homogeneizada nesse mesmo ponto (Equações (16) a (19)).

Tensões:

$$\sigma_c = E_{c,d} + (\varepsilon_0 + \psi(-z_G)) \quad \text{fibra de betão mais comprimida} \quad (16)$$

$$\sigma_{s'} = E_s + (\varepsilon_0 + \psi(d_c - z_G)) \quad \text{armadura de compressão} \quad (17)$$

$$\sigma_s = E_s + (\varepsilon_0 + \psi(d - z_G)) \quad \text{armadura de tração} \quad (18)$$

$$\sigma_{c'} = E_{c,d} + (\varepsilon_0 + \psi(h_f + h_w - z_G)) \quad \text{fibra de betão mais tracionada} \quad (19)$$

Caso seja necessário conhecer a posição do eixo neutro, esta pode ser determinada pela equação (20), e o momento de fendilhação pode ser obtido através da equação (21).

Posição do eixo neutro:

$$x = -\left(\frac{\varepsilon_0}{\psi}\right) + z_G \quad (20)$$

Momento de fissuração:

$$M_{\text{fiss}} = \frac{(f_{ctm} - E_c \varepsilon_0) I_{\text{nfiss}}}{(h_f + h_w - z_G) - N(f - z_G)} \quad (21)$$

Caso o valor do momento atuante M seja superior ao M_{fiss} , considera-se que a secção se encontra fissurada, tornando-se necessário proceder novamente ao cálculo das tensões atuantes (subcapítulo 3.2.2).

No caso de existir apenas esforço axial de tração, a avaliação da fissuração poderá ser realizada através de determinação do esforço axial de fissuração, através da equação (22) :

Esforço axial de fissuração:

$$N_{fiss} = f_{ctm} \cdot A_{hom} \quad (22)$$

3.2.2. Secção fissurada

Quando a secção se encontra fissurada, considera-se que somente a parte de betão que se encontra acima do eixo neutro, à compressão, contribui para a resistência do elemento. Apresenta-se na Figura 6 a distribuição das extensões e das tensões no aço e no betão para secções fendilhadas (para uma secção em T), quando existe flexão composta.

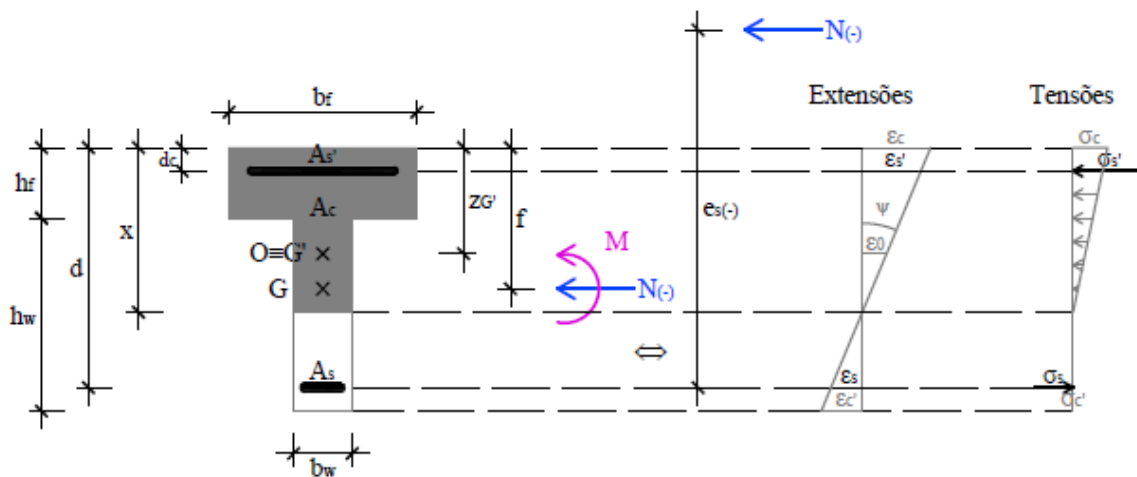


Figura 6. Distribuição de extensões e tensões numa secção fissurada

À semelhança de 3.2.1, é considerado que o ponto de aplicação do esforço normal N coincide com o centro de gravidade da secção homogeneizada total, G . Como a secção se encontra agora fissurada, irá existir um novo centro de gravidade da secção fissurada homogeneizada, denominado de G' , que, novamente com o fim de simplificar as equações, se define como o ponto de referência das equações, O . O deixa assim de coincidir com o ponto de aplicação da força N , o que provocará um M_{transf} diferente de M .

Quando existe momento fletor, de forma a determinar qual a área de betão que se encontra à compressão e que contribui para a resistência da peça, é necessário previamente descobrir qual a posição do eixo neutro, x . Para a flexão simples, x pode ser determinado através da seguinte equação:

Profundidade do eixo neutro para FS:

$$x = \frac{-a_2 + \sqrt{(a_2^2 - 4a_1a_3)}}{2a_1} \quad (23)$$

onde:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (24)$$

$$a_2 = h_f(b_f - b_w) + A_s(\alpha - 1) + \alpha A_s \quad (25)$$

$$a_3 = -\frac{1}{2}h_f^2(b_f - b_w) - A_s d_c(\alpha - 1) - \alpha A_s d \quad (26)$$

Quando existe momento flector em simultâneo com esforço axial, ou seja, quando estamos perante flexão composta, a posição do eixo neutro pode ser identificada através da resolução da equação cúbica polinomial (27):

Profundidade do eixo neutro para FC:

$$x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0 \quad (27)$$

onde:

$$a_1 = -3(d + e_s) \quad (28)$$

$$a_2 = -\frac{6}{b_w} \left[h_f(b_f - b_w)(d + e_s - \frac{1}{2}h_f) + A_s(\alpha - 1)(d + e_s - d_c) + \alpha A_s e_s \right] \quad (29)$$

$$a_3 = -\frac{6}{b_w} \left[\frac{1}{2}h_f^2(b_f - b_w)(d + e_s - \frac{2}{3}h_f) + A_s d_c(\alpha - 1)(d + e_s - d_c) + \alpha A_s d e_s \right] \quad (30)$$

A equação é aplicável se as tensões no topo forem de compressão e as na base de tração, ou seja, quando o valor de x se encontra entre 0 e a altura total da peça, h. Para tal, há algumas condições que devem ser satisfeitas, as quais não se encontram descritas neste documento, mas que poderá consultar em Ghali *et all* (2002).

Tanto para a FS como para a FC, a profundidade do eixo neutro, x, foi assumida como sendo maior ou igual a h_f . No caso de se obter $x < h_f$, a área de betão considerada para uma secção em T será a mesma que a área de uma secção rectangular de largura b_f , ou seja, dever-

se-á substituir nas equações a largura da alma b_w por b_f , repetindo-se novamente o cálculo de x .

A área homogeneizada, a nova posição do centro de gravidade, a inércia fissurada da secção, a extensão no ponto de referência, ε_0 , e a curvatura, ψ , calculam-se de forma semelhante a 3.2.1, se acordo com as seguintes equações:

Área homogeneizada:

$$\begin{aligned} A_{\text{hom}} &= h_f(b_f - b_w) + b_w x + (\alpha - 1)A_s + \alpha A_s & \text{parax} \geq h_f \\ A_{\text{hom}} &= b_f x + (\alpha - 1)A_s + \alpha A_s & \text{parax} < h_f \end{aligned} \quad (31)$$

Posição do centro de gravidade da secção fissurada:

$$\begin{aligned} z_{G'} &= \frac{\frac{h_f}{2}[h_f(b_f - b_w)] + \frac{x}{2}[b_w x] + d_c(\alpha - 1)A_s + d\alpha A_s}{A_{\text{hom}}} & \text{parax} \geq h_f \\ z_{G'} &= \frac{\frac{x}{2}[b_f x] + d_c(\alpha - 1)A_s + \alpha A_s}{A_{\text{hom}}} & \text{parax} < h_f \end{aligned} \quad (32)$$

Inércia fissurada:

$$\begin{aligned} I_{\text{fiss}} &= \frac{(b_f - b_w)x^3}{12} + (b_f - b_w)h_f \times (z_{G'} - \frac{h_f}{2})^2 + \frac{b_w x^3}{12} + b_w x(z_{G'} - \frac{x}{2})^2 \\ &\quad + (\alpha - 1)A_s(z_{G'} - d_c)^2 + \alpha A_s(d - z_{G'})^2 & \text{parax} \geq h_f \\ I_{\text{fiss}} &= \frac{b_f x^3}{12} + b_f x(z_{G'} - \frac{x}{2})^2 \\ &\quad + (\alpha - 1)A_s(z_{G'} - d_c)^2 + \alpha A_s(d - z_{G'})^2 & \text{parax} < h_f \end{aligned} \quad (33)$$

Momento transformado:

$$M_{\text{transf}} = M + N(f - z_{G'}) \quad (34)$$

Extensão no ponto de referência:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{E_{c,d}} \frac{N}{A_{\text{hom}}} \quad (35)$$

Curvatura:

$$\psi = \frac{1}{E_{c,d}} \frac{M_{res}}{I_{fiss}} \quad (36)$$

As tensões no aço e na fibra de betão superior são obtidas pela multiplicação do módulo de elasticidade de cálculo pelas respectivas extensões, conforme as equações (37) a (40).

Tensões:

$$\sigma_c = E_{c,d} + (\varepsilon_0 + \psi(-z_G)) \quad \text{fibra de betão mais comprimida} \quad (37)$$

$$\sigma_{s'} = E_s + (\varepsilon_0 + \psi(d_c - z_G)) \quad \text{armadura de compressão} \quad (38)$$

$$\sigma_s = E_s + (\varepsilon_0 + \psi(d - z_G)) \quad \text{armadura de tração} \quad (39)$$

$$\sigma_{c'} = 0 \quad \text{fibra de betão mais tracionada} \quad (40)$$

No caso de apenas existir esforço axial de compressão, ou no caso de flexão composta em que todas as tensões são de compressão, aplicam-se as equações presentes em 3.2.1 para as secções não fissuradas, dado que a totalidade do betão contribui para a resistência do elemento.

Caso a secção esteja solicitada apenas à tração, ou em que $M + N$ origine somente tensões de tração na secção, o betão é assumido como não desempenhando qualquer papel na resistência do elemento, e as forças internas são resistidas somente pelo aço, sendo que neste caso a fluência e a retração do betão não têm qualquer influência na distribuição das tensões ao longo da secção.

No caso de apenas existir esforço axial de tração é possível a substituição de x por 0 e a utilização das equações supracitadas, pois assim anula-se a parte correspondente à resistência do betão.

3.3. Abertura de fendas

Com o objectivo de identificar a largura das fendas, w_k , o EC2 apresenta a equação (41):

$$w_k = S_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (41)$$

onde $S_{r,max}$ é a distância máxima entre fendas, ε_{sm} a extensão média da armadura e ε_{cm} a extensão média no betão entre fendas.

Por sua vez, $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ é dado por (42):

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (42)$$

sendo σ_s é a tensão na armadura de tração A_s considerando a secção fissurada, $\rho_{p,eff}$ a razão entre A_s e a área efetiva de betão armado em torno dessa armadura, $A_{c,eff}$, $f_{ct,eff}$ o valor médio da resistência do betão à tração à data em que se prevê que possam aparecer as primeiras fissuras (considerando-se igual a f_{ctm} caso estas não ocorram antes dos 28 dias), e k_t um coeficiente dependente da duração do carregamento, assumindo-se como 0,6 e 0,4 para carregamentos de curta e longa duração, respetivamente.

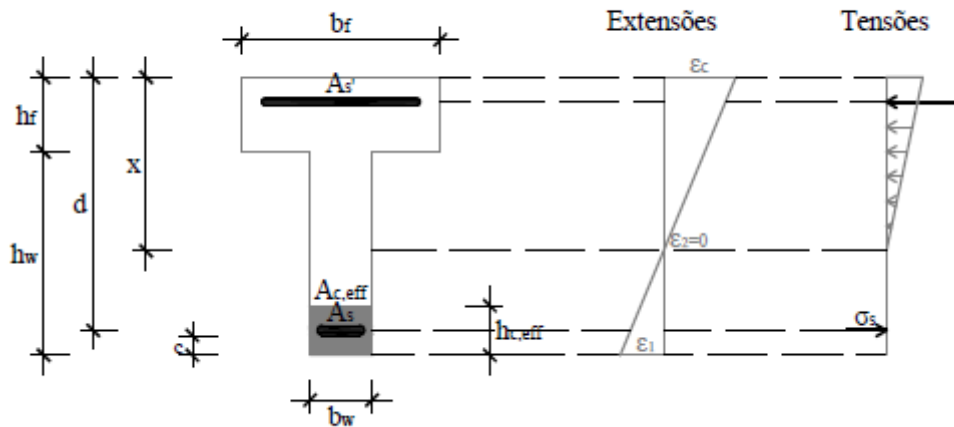


Figura 7. Esquema de alguns dos parâmetros necessários para o cálculo da largura de fendas w_k

Na Figura 7 estão representados alguns dos parâmetros necessários para o cálculo de w_k , no caso para uma secção sujeita a momento fletor, com ou sem esforço axial, em que a armadura inferior se encontra tracionada. $A_{c,eff}$ é obtida pela multiplicação de b_w por $h_{c,eff}$, que por sua vez é dado pelo menor dos valores $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$. No caso de existir apenas esforço axial de tração, dever-se-á efetuar a verificação da largura de fendas tanto para a armadura superior como para a armadura inferior.

A distância máxima entre fendas $S_{r,max}$ é obtida através de (43):

$$S_{r,\max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\varphi}{\rho_{p,\text{eff}}} \quad (43)$$

sendo k_1 um coeficiente que tem em conta as propriedades de aderência das armaduras (0,8 para varões de alta aderência e 1,6 para armaduras de superfície efetivamente lisa), c o recobrimento nominal da armadura tracionada, k_2 um coeficiente dependente da distribuição das tensões cujo valor é dado por $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2\varepsilon_1$, sendo ε_1 e ε_2 a maior e a menor extensões de tração nas fibras extremas da secção considerada, e k_3 e k_4 dois coeficientes apontados pelo EC2, assumindo normalmente os valores de 3,4 e 0,425, respetivamente. ϕ é o diâmetro dos varões que constituem a armadura ou, caso existam tamanhos diferentes, o diâmetro equivalente aos mesmos (expressão (44)).

$$\varphi_{eq} = \frac{n_1 \varphi_1^2 + n_2 \varphi_2^2}{n_1 \varphi_1 + n_2 \varphi_2} \quad (44)$$

O regulamento indica ainda que quando w_k for superior a $5(c + \phi/2)$, ou quando não existir qualquer armadura na zona traccionada, poder-se-á determinar um valor superior para w_k , admitindo (45):

$$S_{r,\max} = 1,3(h - x) \quad (45)$$

3.4.Flechas

Na consideração da deformação é necessário ter em conta o efeito de fluência do betão, que corresponde a um aumento das extensões de compressão no betão e a um rebaixamento do eixo neutro, sendo que este efeito se traduz numa alteração das tensões na secção. Este aspeto, associado à alternância das cargas que carregam o elemento, torna difícil a definição de que parte do elemento se encontra efetivamente fendilhada, e, conseqüentemente, a estimativa da flecha que se irá instalar, levando a que o paradigma da verificação das flechas em elementos de betão armado seja algo de relativa complexidade.

De modo a tornar o processo mais simples, o EC2 apresenta uma fórmula que tem em conta apenas os esforços na secção crítica do elemento em estudo, ou seja, a secção onde se encontra o valor mais condicionante do momento fletor, desprezando a sequência de carregamento, e considerando que o nível de fissuração do elemento se pode inferir através da relação entre o momento instalado na secção crítica e o momento que leva essa secção a fissurar.

Neste subcapítulo é descrito o método de cálculo referido, assim como as considerações necessárias a tomar no cálculo do valor máximo da flecha para um determinado instante de tempo.

3.4.1. Expressão geral

O EC2 apresenta a expressão (46) que determina o valor de um determinado parâmetro α , relacionado com a deformação, seja ele uma extensão, uma rotação, uma curvatura ou a própria flecha, considerando para isso os valores dessa propriedade para os estados fissurado e não fissurado, e estabelecendo um valor correspondente a um comportamento intermédio entre estes dois estados.

$$\alpha = \zeta \alpha_f + (1 - \zeta) \alpha_{nf} \quad (46)$$

sendo que ζ representa o grau de fissuração, e α_f e α_{nf} são os valores do parâmetro, considerando o betão fendilhado e não fendilhado.

3.4.2. Flecha através da curvatura

De acordo com Bond *et al.* (2006), a flecha pode ser calculada através da aplicação da expressão geral à curvatura, considerando as suas componentes devidas à flexão do elemento e à retração do betão, e o comprimento do vão. Os autores referem ainda que a influência do diagrama de esforços pode ser considerada através de um coeficiente que tem em conta o tipo de carregamento.

3.4.2.1. Grau de fissuração

São então considerados os esforços para a secção crítica, determinando-se se a secção se encontra fissurada para a combinação relevante de ações. Assim, e em função do resultado obtido, o grau de fissuração é dado pelas expressões (47) ou (48).

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{fiss}}{M_{transf}} \right)^2 \quad \text{para secções parcialmente fendilhadas} \quad (47)$$

$$\zeta = 0 \quad \text{para secções não fendilhadas} \quad (48)$$

onde β é um coeficiente que tem em conta a influência da frequência e duração do carregamento, de valor 1,0 se o carregamento for único e de curta duração e igual a 0,5 caso

existam vários carregamentos ou um carregamento único de longa duração. M_{cr} é o momento para o qual o betão fendilha e M_{transf} é o momento atuante transformado (igual a M caso não exista esforço axial).

3.4.2.2. Curvatura

Para a determinação da curvatura devido à flexão, $1/r_n$, determinam-se as inércias não fissurada e fissurada (a segunda apenas se a secção crítica estiver fissurada), da mesma forma que em 3.2.1 e 3.2.2. Obtém-se, aplicando-se a expressão geral à curvatura, a expressão (49):

$$\frac{1}{r_n} = \zeta \frac{M_{transf,fiss}}{E_{c,eff} I_{fiss}} + (1 - \zeta) \frac{M_{transf,nfiss}}{E_{c,eff} I_{nfiss}} \quad (49)$$

sendo $M_{trans,nfiss}$ e $M_{trans,fiss}$ os valores do momento transformado para a secção fissurada ou não fissurada, respetivamente.

De idêntica forma é obtida a curvatura devido à extensão de retração do betão, $1/r_{cs}$, através da equação (50):

$$\frac{1}{r_{cs}} = \zeta \varepsilon_{cs} \alpha \frac{s_{fiss}}{I_{fiss}} + (1 - \zeta) \varepsilon_{cs} \alpha \frac{s_{nfiss}}{I_{nfiss}} \quad (50)$$

onde s_{fiss} e s_{nfiss} são os momentos estáticos das armaduras em relação ao eixo que passa no centro de gravidade da secção, dados por (51) e (52).

$$s_{fiss} = A_s (d - x) - A_{s'} (x - d_c) \quad (51)$$

$$s_{nfiss} = A_s (d - x') - A_{s'} (x' - d_c) \quad (52)$$

Somando $1/r_n$ com $1/r_{cs}$ obtém-se a curvatura para as combinações relevantes e para o instante de tempo estudado, $1/r$.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_n} + \frac{1}{r_{cs}} \quad (53)$$

3.4.2.3. Coeficiente de carregamento

De modo a ter em conta a influência do diagrama de momentos fletores a que está sujeito o elemento, considera-se um coeficiente que tem em conta o tipo de carregamento, k . A título de exemplo, apresenta-se na Figura 8 a situação de carregamento em que atua uma carga uniformemente distribuída numa viga simplesmente apoiada, sendo q a carga distribuída aplicada e l o comprimento do vão.

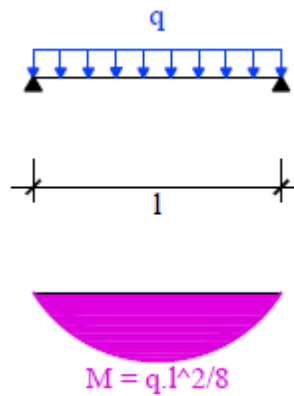


Figura 8. Esquema de carregamento e correspondente diagrama de momentos, para uma carga uniformemente distribuída, numa viga simplesmente apoiada

Para este caso o valor de k é de 0,104, sendo que poderá consultar os valores para outros casos no Anexo I deste documento, conforme Bond *et al.* (2006).

3.4.2.4. Flecha

Por fim, a flecha é obtida multiplicando o fator de carregamento pelo quadrado do vão e pela curvatura total do elemento, tal como a expressão (54) indica:

$$\delta = k l^2 \frac{1}{r} \quad (54)$$

4. PROGRAMA *XD-CONSERV*

Como foi dito anteriormente, pretende-se que o *XD-Conserv* constitua uma ferramenta que possa facilmente auxiliar o engenheiro ou aluno na verificação de elementos de betão armado aos SLS. Para tal, foi necessária a escolha de uma linguagem de programação apropriada, a definição da abordagem ao cálculo mais conveniente, e a concepção do programa que permitisse torná-lo intuitivo e expedito.

4.1. Linguagem de programação C#

Para o desenvolvimento do programa, foi adoptada a linguagem de programação C# (lê-se *C Sharp*), desenvolvida pela *Microsoft* para operar sob a sua plataforma .NET. Deste modo, a aplicação poderá correr em computadores que possuam o seu sistema operativo *Windows*, sendo este o ambiente informático mais usado globalmente.

Esta linguagem descende diretamente de duas das linguagens com mais sucesso mundial, que são C e C++, sendo bastante idêntica a uma outra bastante utilizada, a linguagem Java. Neste subcapítulo serão explicados a estrutura e os conceitos essenciais de C#.

4.1.1. Origem e estrutura

Segundo Schildt (2008), foi a criação da linguagem processual C, na década de 70, que marcou a origem do atual paradigma da programação. Apesar da sua grande utilidade, a crescente complexidade e tamanho dos projetos criados em C, e a dificuldade associada em lidar com os mesmos, levou à invenção de um novo conceito de programação intitulado de “programação orientada a objetos”. A aplicação deste conceito a C deu origem à linguagem C++, e, mais tarde, a necessidade de garantir uma maior segurança das aplicações e de permitir uma boa interoperabilidade com diferentes linguagens, resultou na criação de C#.

A linguagem C# está, segundo o mesmo autor, intimamente relacionada com a plataforma .NET, consistindo esta plataforma num ambiente de desenvolvimento e execução de aplicações (é esta plataforma que lhe confere a portabilidade e segurança indicadas), sendo nela que estão alojadas as bibliotecas (conjunto de sub-programas) base, a que C# e todas as restantes linguagens abrangidas recorrem.

C# herda as características de linguagem processual de C, como as rotinas, tipos de variáveis e a sintaxe, focando-se nos dados, através da definição de classes que permitem agrupá-los e estabelecer a forma como eles poderão e deverão ser tratados. Assim, uma classe pode ser considerada como uma família de objetos. Por exemplo, a classe “Cão” poderá conter as propriedades que são usadas para o definir, como o “Tamanho do pêlo”, a “Raça” ou a “Cor dos olhos”, e as instruções para as acções que ele realiza como “Ladrar”, “Comer” ou “Dormir”. Desta forma, quando se instancia esta classe, atribuindo valores a estas propriedades, está-se a criar um novo objeto desta classe.

4.1.2. Conceitos de orientação a objetos

C# partilha dos mesmos conceitos que as outras linguagens orientadas a objetos, que são a herança, o encapsulamento e o polimorfismo.

4.1.2.1. Encapsulamento

Resumidamente, encapsulamento é a forma de reunir as propriedades e os métodos de uma determinada classe, e de definir a maneira como eles poderão ser acedidos e/ou definidos. Este conceito manifesta-se quando é conveniente limitar o acesso a certas propriedades de uma classe, por exemplo caso se pretenda impedir que a propriedade “Raça” da classe “Cão” seja diferente de “Pastor Alemão”. Desta forma, pode-se definir no interior da classe a propriedade para o valor referido, não permitindo a alteração desta externamente.

4.1.2.2. Herança

Herança consiste na passagem das características de uma classe para outra. Esta transferência vertical de dados simplifica bastante a criação de objetos idênticos, pois permite a definição de uma classe geral que considera as características que lhes são comuns, modificando-as posteriormente ou acrescentando outras características em cada uma das suas subclasses específicas. A título de exemplo, a classe “Cão” partilha características com a classe “Gato”, como o “Tamanho do pêlo” e o “Dormir”, que podem ser definidas numa classe mãe denominada “Animais Domésticos”, e modificadas individualmente nas suas subclasses.

4.1.2.3. Polimorfismo

Polimorfismo traduz-se na capacidade de se tratarem objetos diferentes da mesma forma, ou seja, como se fizessem todos parte da mesma classe. Este conceito está associado à

herança, e pressupõe que sejam definidas as características às quais se deseja aceder na classe mãe, de tal forma que permita ao programa executar o mesmo procedimento, independentemente da subclasse do objeto em questão. Num sentido mais prático e de acordo com o exemplo anterior, se se pretender aceder ao método “LadRAR” caso o objeto seja “Cão”, e ao método “Miar” se o objeto for “Gato”, poderá definir-se na sua classe mãe o método “Comunicar”, particularizando-o para cada uma dessas subclasses. Desta forma, ao solicitar o método “Comunicar”, ele irá responder corretamente para ambos os casos.

4.1.3. Ferramenta Visual C# Express

Visual Studio é o IDE (*Integrated Development Environment*) da Microsoft, ou seja, é a ferramenta que permite ao utilizador editar, compilar, correr e efetuar o tratamento de erros de um programa em C#, permitindo também a utilização de outras linguagens. Esta ferramenta torna a realização de programas bastante expedita, pois possui um interface gráfico que facilita a criação de todos os componentes visuais da aplicação, como as janelas, os botões e as caixas de texto, assim como muitas outras características de grande utilidade.

No desenvolvimento do programa foi utilizada a ferramenta Visual C# Express 2010, que é a versão gratuita disponibilizada pela Microsoft para a realização de aplicações em C#. Ela não contempla a totalidade das opções existentes em outras versões, mas possui as principais e essenciais.

4.2. Descrição do programa

4.2.1. Considerações

Já foi referido que uma das maiores dificuldades que se prendem com a avaliação dos SLS é o facto destes dependerem da evolução das características dos materiais, assim como da alternância das cargas que atuam no elemento. Esta variação ao longo do tempo influi no comportamento do elemento e dita o ponto em que este irá fendilhar (caso aconteça), modificando o modo como se obtém as tensões na secção. O desconhecimento do momento em que isto acontece obriga ao controlo do comportamento do elemento para vários instantes de tempo, exigindo um grande número de cálculos, e obriga ao conhecimento prévio das cargas que atuam no elemento, para cada um deles.

Dado que a consideração da sequência de carregamento implicaria um processo extremamente moroso e complexo, são considerados apenas três instantes de tempo designados por t_0 , t_c e t_∞ , que correspondem ao momento em que são aplicadas as cargas, ao instante imediatamente após a colocação das paredes (nos casos que contemplem a existência destas), e o que se considera como o instante em que o betão atinge as suas características definitivas, ou seja, o ponto em que a fluência e a extensão de retração se mantêm constantes.

A Figura 9 demonstra as situações consideradas pelo programa, relativamente às cargas e ao coeficiente de fluência, na verificação do estado da secção (fissurada ou não fissurada), na determinação das tensões, no cálculo da abertura de fendas e na averiguação das flechas total e diferida.

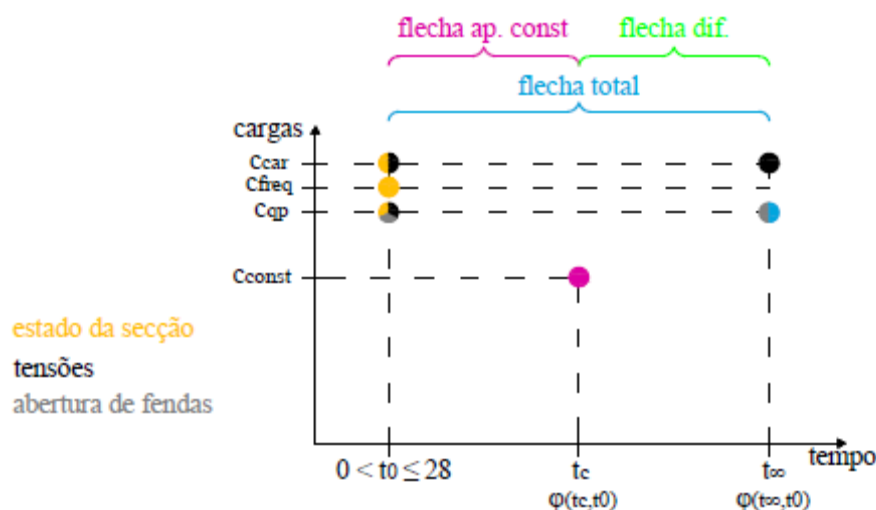


Figura 9. Valores das cargas e coeficientes de fluência considerados pelo programa na verificação aos SLS

4.2.1.1. Estado da secção

Para a verificação do estado da secção é considerado o instante inicial de aplicação das cargas, pois é neste instante que as tensões (de tração) no betão são maiores. Isto acontece, ao longo do tempo e para uma carga constante, pois as tensões tornam-se função apenas do módulo de elasticidade efetivo do betão (que entra no coeficiente de homogeneização), sendo que o maior valor desta propriedade acontece justamente no instante inicial, decrescendo ao longo do tempo e levando a que as tensões no betão diminuam e a que as tensões no aço aumentem. Como simplificação, admite-se que é este o instante crítico na avaliação das condições de fissuração, verificando-se para as três combinações de ações (embora, em princípio, seja a característica a determinante) se a secção se encontra ou não fissurada, e

inferindo-se, em caso afirmativo, qual o grau de fissuração ζ correspondente ao elemento (importante para a verificação das flechas, como descrito em 3.4). Considera-se que o grau de fissuração obtido para esse instante inicial se mantém ao longo do tempo, sendo o seu valor igual a zero caso a secção não esteja fissurada.

4.2.1.2. **Tensões**

O programa efetua a verificação das tensões para as combinações características, conforme descrito em 2.4.1, tendo sido selecionados os instantes inicial e final por serem aqueles que correspondem a maiores valores das tensões no betão e no aço, respetivamente. De forma a averiguar se é possível a consideração de um comportamento linear da fluência, o programa limita ainda o valor das tensões de compressão no betão para as combinações quase permanentes, igualmente para o instante inicial.

4.2.1.3. **Abertura de fendas**

A verificação e limitação da fendilhação é realizada através do cálculo da abertura de fendas para as combinações quase permanentes, conforme 3.3, sendo o seu valor determinado para os instantes inicial e para o tempo infinito, caso se constate que a secção se encontra fissurada. Por regra, registam-se as maiores valores de extensão e tensão na armadura (que posteriormente conduzem a uma maior largura das fendas) no instante final, mas a consideração do carregamento numa idade inferior a 28 dias poderá inverter esta situação.

4.2.1.4. **Flechas total e diferida**

Com base no grau de fissuração calculado na verificação do estado da secção, são determinadas as flechas total e diferida, sendo a segunda opcional. De acordo com 3.4.2, é determinada a flecha total para os cargas quase permanentes, considerando o efeito do coeficiente de fluência a tempo infinito no módulo de elasticidade do betão. Para a flecha existente imediatamente após a construção das paredes, são consideradas as cargas existentes neste instante e o coeficiente de fluência respetivo, sendo a flecha diferida o resultado da diferença entre estas duas.

4.2.2. **Estrutura**

Foi definida a estrutura do programa como sendo baseada num formulário principal, onde está presente toda a informação principal, com recurso a múltiplos formulários secundários e a ilustrações gráficas, de forma a tornar a interface o mais intuitiva e expedita

possível. A existência destes formulários secundários elimina a concentração de informação, tornando mais simples a definição das características pertencentes a cada um dos “objetos” que compõem o elemento, sejam eles o betão, o aço, os esforços, a geometria da secção ou os restantes parâmetros. As ilustrações gráficas proporcionam uma melhor exposição dos conteúdos, permitindo ao utilizador mais facilmente os visualizar e entender.

4.2.3. Outras funcionalidades

Para além de efetuar a verificação aos estados limites de utilização, o programa fornece outras funcionalidades complementares como a possibilidade de associar dados que identifiquem o elemento e o autor, de guardar os dados num ficheiro associado ao programa para que mais tarde possa retornar o estudo, e de gerar um relatório de cálculo que permita ao utilizador ficar com registos das verificações efetuadas.

É também disponibilizada uma ferramenta que permite o cálculo de tensões para casos singulares, caso seja essa a intenção do utilizador.

4.2.4. Limitações

O programa enfrenta várias limitações ao nível das opções de cálculo disponíveis para o utilizador, e relativamente às considerações efetuadas no mesmo.

Relativamente à definição da geometria da secção, a sua consideração está limitada a secções rectangulares e em T. A consideração das armaduras está limitada a uma posição para a armadura de compressão e outra para a armadura de tração, sendo apenas possível definir um único valor para o seu recobrimento. Uma possível armadura de pré-esforço também não é contemplada pelo programa.

No que concerne ao cálculo das tensões, o programa não permite o cálculo, para secções fissuradas sujeitas a flexão composta, quando o eixo neutro se encontra fora dos limites da secção, visto não ter sido possível, no âmbito e período de realização desta dissertação, a aplicação e confirmação da validade dos resultados para estes casos.

O programa apenas inclui a extensão de retração na determinação da deformação, através do seu valor para a idade considerada. Desta forma, é negligenciado a influência deste comportamento na determinação das tensões

A consideração de um comportamento não linear para a fluência não é considerada, sendo o comportamento do elemento a tempo infinito validado apenas no caso de a

verificação referida em 4.2.1.2 ser satisfeita. No cálculo do coeficiente de fluência, não é considerada a influência de temperaturas altas ou baixas na maturidade do betão.

Na verificação da fendilhação, não é averiguada a última condição enunciada em 3.3, que aponta um valor de w_k superior, caso o valor obtido seja maior do que $5(c + \phi/2)$.

Como já foi dito, a evolução do carregamento não é considerada, sendo que este fator poderia ter influência caso se constatasse que a fissuração ocorre depois da construção das paredes, pois a flecha total seria a mesma mas a contribuição da flecha diferida seria maior.

4.3.Utilização

4.3.1. Iniciar o programa

Ao iniciar o programa, é imediatamente lançado o formulário principal (Figura 10), onde surge um “Novo elemento” de características predefinidas. Este formulário permite a definição de todas as propriedades necessárias à verificação deste elemento aos estados limites de utilização, no painel do lado esquerdo, bem como o acesso a todas as restantes opções do programa, através da barra de menus presente na parte superior.

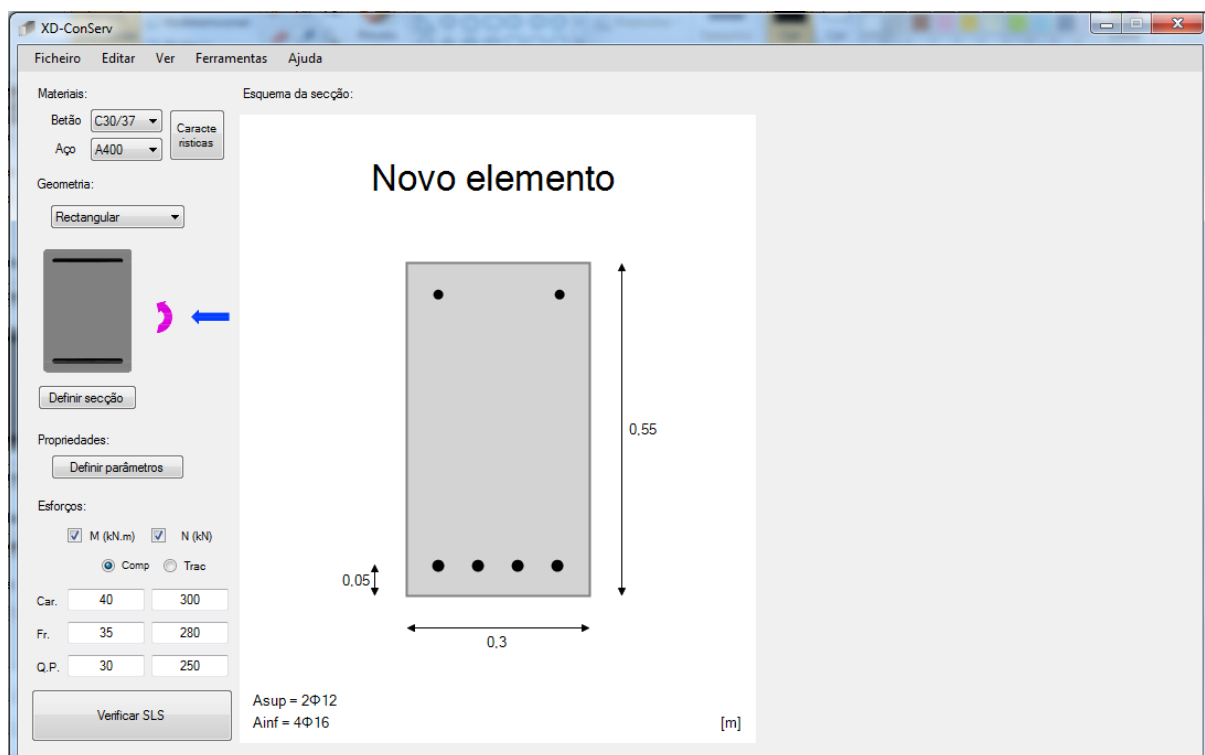


Figura 10. Vista geral do formulário principal, quando iniciado

4.3.2. Barra de Menus

A barra de menus encontra-se situada na parte superior do programa, e contém cinco elementos principais: os menus “Ficheiro”, “Editar”, “Ver”, “Ferramentas” e “Ajuda”.

4.3.2.1. Ficheiro

O menu ficheiro contém os comandos “Novo” e “Abrir”, que permitem criar um novo elemento ou abrir um ficheiro previamente guardado; os comandos “Guardar” e “Guardar como...”, que permitem guardar um ficheiro já existente, no primeiro caso, ou guardar os dados do corrente estudo numa nova localização; e, por fim, o comando “Sair” que permite o encerramento do programa (Figura 11).

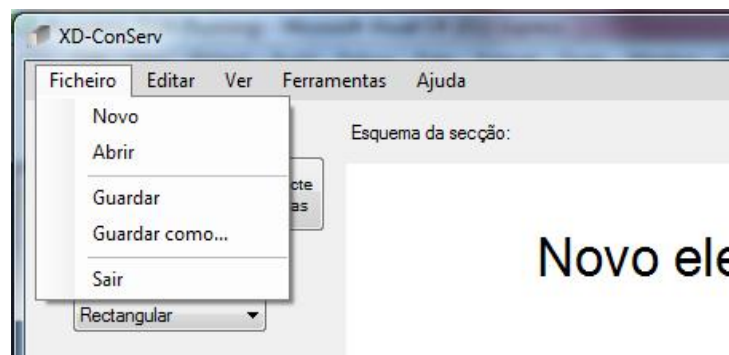


Figura 11. Comandos do menu “Ficheiro”

A extensão associada ao programa é .csrv, o que significa que ele apenas tentará abrir e gravar os ficheiros que possuam esta terminologia.

O programa reconhece caso sejam efetuadas alterações aos dados do elemento em estudo, perguntando ao utilizador se deseja ou não gravar as mesmas quando as opções “Novo”, “Abrir” ou “Sair” são solicitadas, através da execução de caixas de diálogo.

4.3.2.2. Editar

No menu editar está disponível a opção “Dados do elemento”, que permite ao utilizador identificar o elemento relativamente ao contexto em que este se insere, sendo o seu acesso efetuado conforme a Figura 12.

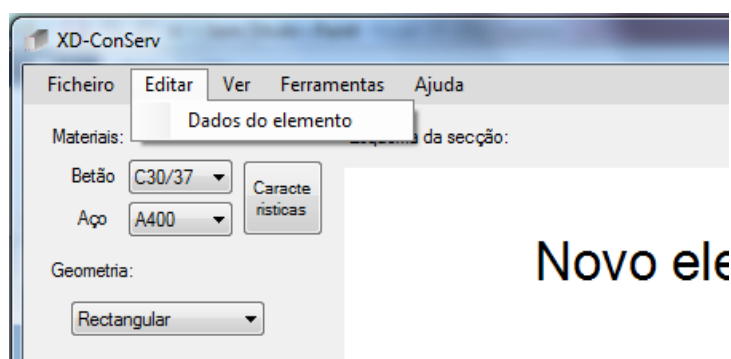


Figura 12. Comandos do menu “Editar”

O utilizador, estando ele na qualidade de projetista ou de autor de um estudo, poderá aqui identificar-se no campo “Autor/Projetista”, e discriminar qual o “Projeto” em que se insere o estudo, bem como a sua “Localização”, o seu “Dono de Obra” ou a “Empresa” responsável pelo mesmo, caso existam. Deverá ainda identificar o nome atribuído ao “Elemento”, assim como a data em que o estudo foi efetuado (por defeito será colocada a data atual, podendo o utilizador alterá-la).

Figura 13. Formulário com os dados identificativos do elemento

Importa referir que, ao gravar, o nome do ficheiro atribuído por defeito será o nome do elemento definido pelo utilizador no formulário da Figura 13.

4.3.2.3. Ver

O menu “Ver” permite ao utilizador o acesso ao “Relatório” de verificação aos SLS, caso o cálculo já tenha sido efetuado. Nele irão constar os materiais considerados e as suas

propriedades, a geometria da secção, os dados identificativos do elemento e as verificações efetuadas, descriminando se são ou não satisfeitas.

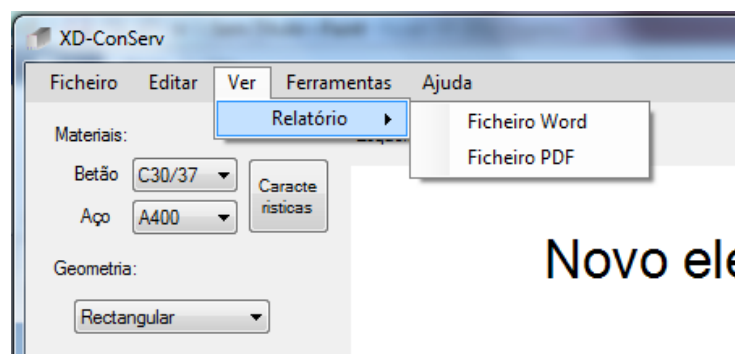


Figura 14. Comandos do menu “Ver”

Conforme a Figura 14, o relatório poderá ser consultado em formato “Word” ou formato “PDF”, existindo, no entanto, a necessidade de que o utilizador tenha instalada no seu computador uma versão do *MSWord* igual ou posterior à versão 2007.

4.3.2.4. Ferramentas

A Figura 15 mostra como poderá ser feito o acesso às restantes ferramentas que o programa disponibiliza, estando ainda apenas disponível o “Cálculo de Tensões”, que permite ao utilizador o cálculo das tensões numa secção de betão armado, identificando os esforços normal e de momento fletor que nela atuam, bem como as propriedades dos materiais.

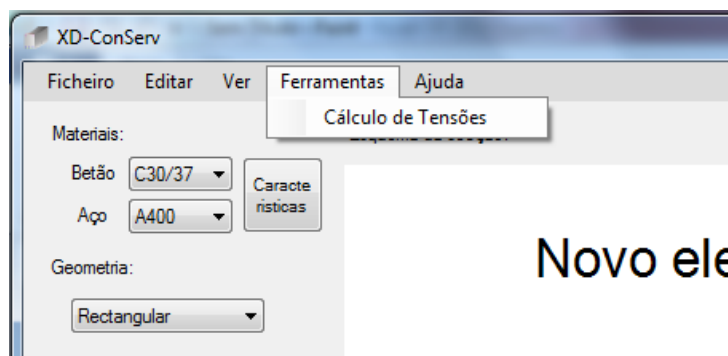


Figura 15. Comandos do menu “Ferramentas”

Os campos de definição dos dados são bastante idênticos aos do formulário principal, diferindo no facto de apenas se definir um par de esforços N e M (ou somente um deles), e apenas se avaliar as tensões para um único instante temporal.

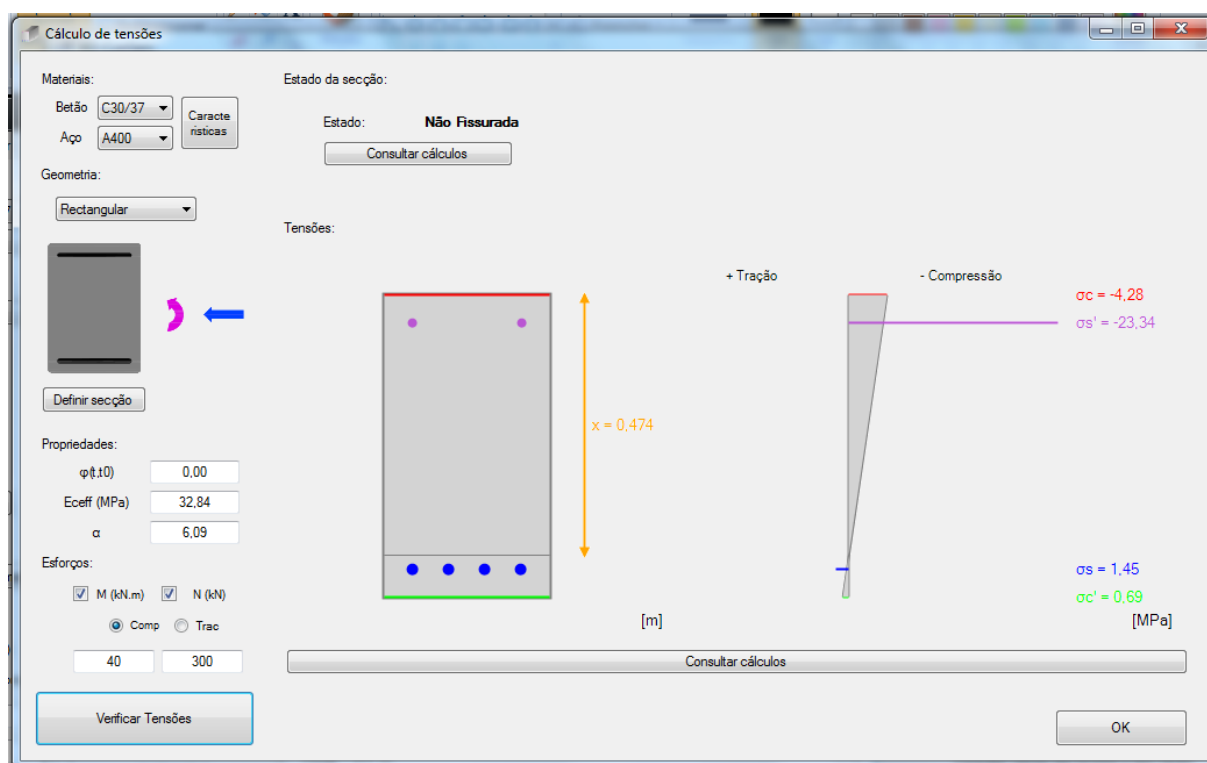


Figura 16. Formulário “Cálculo de tensões”

4.3.2.5. Ajuda

Por fim surge o menu “Ajuda”, onde se poderá recorrer caso ocorra alguma dúvida relativamente à utilização do programa, seja ela relativa à maneira como ele se encontra organizado, através do “Manual do programa”, ou relativa às considerações ou métodos de cálculo em que ele se baseia, devendo neste caso o utilizador solicitar a opção “Memória de cálculo” (Figura 17). Estes dois comandos irão abrir os ficheiros de extensão .pdf correspondentes, permitindo ao utilizador a sua consulta imediata.

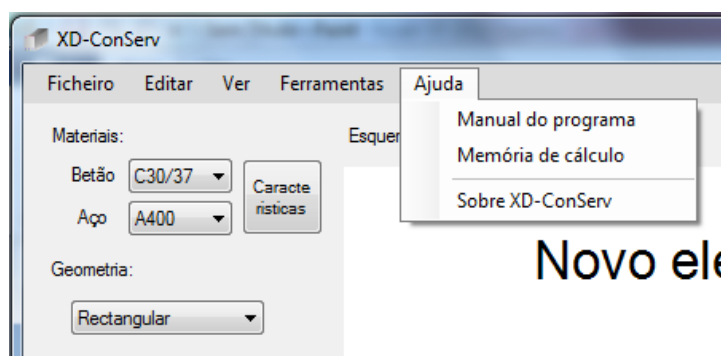


Figura 17. Comandos do menu “Ajuda”

No caso de alguma das dúvidas não ficar desfeita, o utilizador poderá contactar o responsável pelo programa através do e-mail disponível no menu “Sobre XD-ConServ”, onde estão disponíveis as principais informações do programa.



Figura 18. Formulário “Sobre XD-ConServ”

4.3.3. Dados do formulário principal

A inserção de dados para verificação aos SLS encontra-se dividida em quatro secções: “Materiais”, “Geometria”, “Propriedades” e “Esforços”, que se encontram do lado esquerdo do formulário principal.

4.3.3.1. Materiais

A primeira secção diz respeito ao tipo e às características dos materiais usados, sendo possível a utilização das propriedades predefinidas para o aço e o betão, mediante a seleção da classe que identifica cada um destes materiais, ou a introdução manual das características, tendo neste caso o utilizador de escolher a opção “Personalizado”, que se encontra no fim da lista das referidas classes, conforme ilustrado na Figura 19.

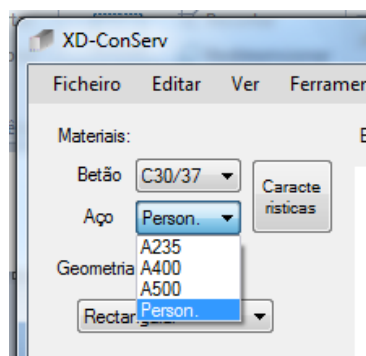
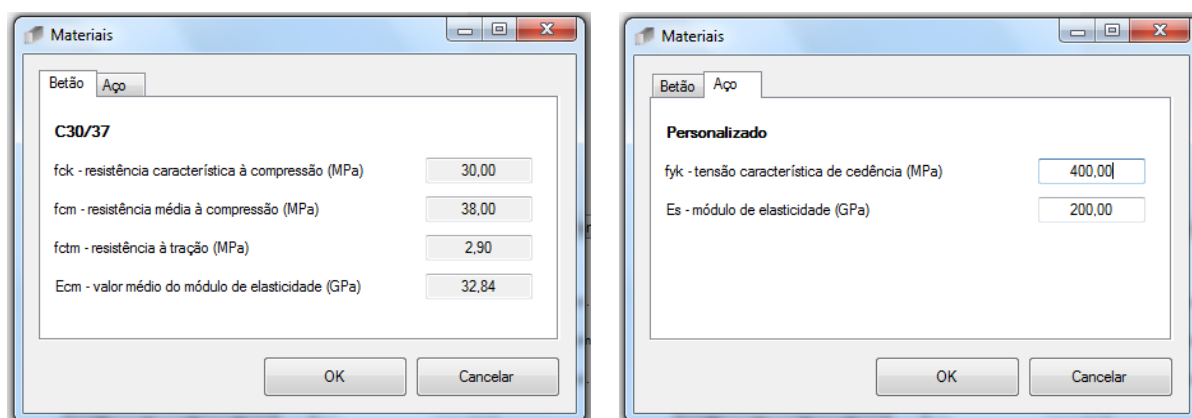


Figura 19. Seleção da classe do aço na secção relativa aos materiais

Clicando no botão “Características”, terá acesso ao formulário apresenta na Figura 20, que mostra as características dos materiais consideradas pelo programa, podendo editá-las, mediante a situação referida no parágrafo anterior.



a) Separador relativo ao betão

b) Separador relativo ao aço

Figura 20. Formulário relativo às propriedades dos materiais

4.3.3.2. Geometria

A geometria da secção é definida na secção seguinte (Figura 21), estando presente um esquema do tipo de secção e dos esforços que se encontram seleccionados (ver 4.3.3.4).

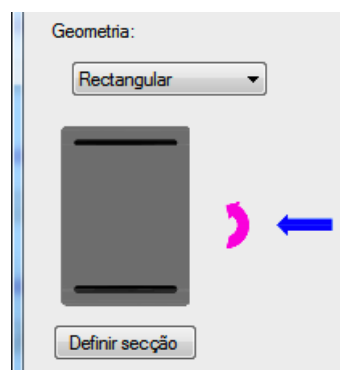


Figura 21. Seleção do tipo de geometria e visualização dos esforços a considerar

Clicando no botão “Definir Secção”, o utilizador terá acesso ao formulário da Figura 22, que lhe permite editar as características geométricas da secção e o recobrimento mecânico a assumir, assim como escolher se deseja considerar um certo número de varões de um dos tamanhos predefinidos, ou, caso existam varões de diferentes tamanhos no elemento que pretende estudar, se deseja considerar a área total da secção desses varões e o seu diâmetro equivalente. O botão calcular permitirá ao utilizador determinar quais estes valores para até um máximo de três tipos de varões diferentes, na mesma linha de armadura.

Figura 22. Formulário de definição das características geométricas, para o caso de uma secção em T

O programa obrigará o utilizador a selecionar armadura inferior, podendo o utilizador considerar o nº de varões da armadura superior ou a sua área iguais a 0, caso não deseje considerar a existência desta armadura.

Importa referir que o programa considera sempre a parte superior das secções em T como sendo a parte relativa ao banzo, e que o cálculo para ambas as secções (rectangular e em T) só é possível para momentos positivos, ou seja, momentos que solicitem a parte superior do eixo neutro à compressão e a parte inferior à tração, conforme referido em 3.1.2. No caso do elemento ser solicitado a um momento negativo, o utilizador poderá considerar o momento como positivo invertendo a posição da secção, sendo que apenas será possível a análise para secções em T de momentos que respeitem a condição enunciada.

4.3.3.3. Propriedades

Na secção “Propriedades” encontra-se o botão “Definir parâmetros” (Figura 23), que dará acesso ao formulário onde se poderá editar as restantes propriedades. Este formulário está dividido em seis separadores, denominados de “Prop. gerais”, “Prop. Imed. do betão”, “Retração e fluência”, “Coef. Homogeneização”, “Fendilhação” e “Deformação”.

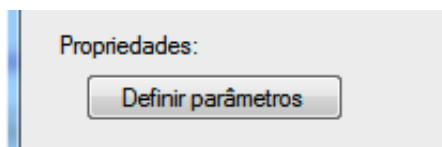


Figura 23. Secção de definição dos parâmetros

É pertinente informar que este é um formulário de entrada de dados dinâmico, e que à medida que o utilizador altera estes valores, automaticamente serão calculados e alterados os parâmetros afetados também presentes nesse formulário. No entanto, caso deseje, poderá sempre cancelar as alterações efetuadas.

Separador “Prop. gerais”:

Inicialmente, define-se o tipo de cimento usado na constituição do betão, a humidade relativa a que se prevê que o elemento esteja sujeito, e qual a parcela do seu perímetro (da secção) que estará efetivamente exposta às características do ambiente.

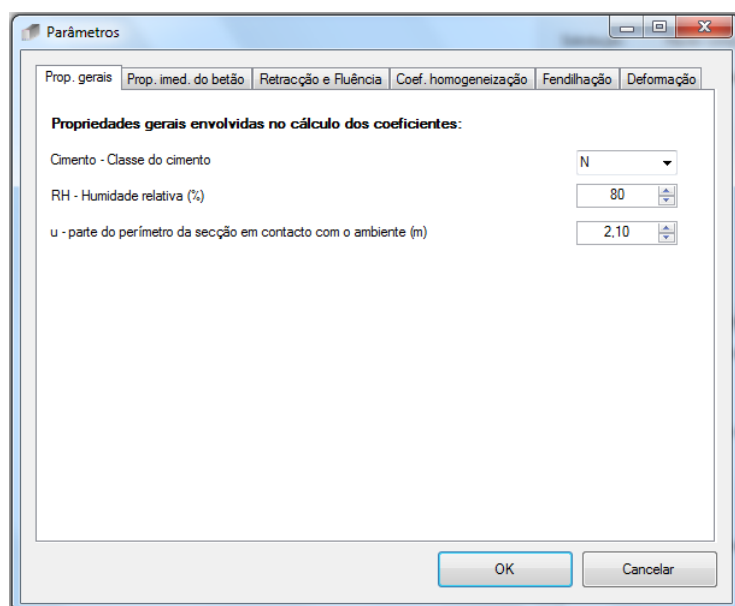


Figura 24. Separador “Prop. gerais”

Separador “Prop. imed. do betão”:

O segundo separador (Figura 25) diz respeito às características das propriedades resistentes do betão no instante de tempo imediatamente após a aplicação das cargas, t_0 . O utilizador deverá seleccionar a idade do betão para t_0 , devendo considerar 28 dias caso o valor seja superior a este, dado que é para esta idade que o betão atinge os seus valores de referência.

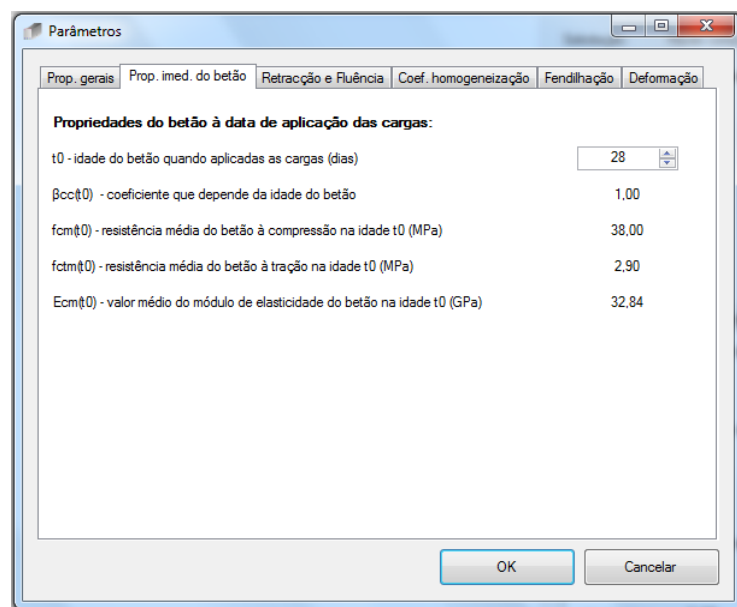


Figura 25. Separador “Prop. imed. do betão”

Separador “Retração e fluência”:

No separador seguinte, ilustrado na Figura 26, o utilizador poderá consultar os valores da extensão de retração do betão e do coeficiente de fluência, para t_0 e t_c , podendo alterar o número de dias para o qual se prevê que as paredes estarão construídas, caso deseje considerar a flecha diferida. São também apresentados os valores dos módulos de elasticidade efetivos, calculados com base no coeficiente de fluência, que o utilizador poderá ou não considerar na definição do coeficiente de homogeneização (ver separador seguinte).

Consideração dos efeitos da fluência e da retração no instante t_c	
t_c - instante imediatamente após a construção das paredes (dias)	80
$\epsilon_{cs}(t_c)$ - extensão de retração do betão no instante t_c (m/m)	-0,000163
$\phi(t_c, t_0)$ - coeficiente de fluência do betão no instante t_c	0,93
E_{c,eff,t_c} - módulo de elasticidade efet. do betão no instante t_c (GPa)	16,99

Consideração dos efeitos da fluência e da retração a tempo infinito	
$\epsilon_{cs}(=)$ - extensão de retração do betão total (m/m)	-0,000307
$\phi(=, t_0)$ - coeficiente de fluência do betão a tempo infinito	1,82
$E_{c,eff,=}$ - módulo de elasticidade efectivo do betão a tempo infinito (GPa)	11,64

Figura 26. Separador “Retração e fluência”

Separador “Coef. homogeneização”:

A Figura 27 mostra a região do formulário que permite considerar os valores dos coeficientes de homogeneização, para cada instante, em função da razão entre os módulos de elasticidade do aço e do betão, oferecendo igualmente a possibilidade ao utilizador de introduzir manualmente estes valores. Serão assumidos o valor do módulo de elasticidade do aço E_s e um valor do módulo de elasticidade $E_{c,d}$ para o betão, que corresponderá à razão entre E_s e o α escolhido.

Coeficientes de homogeneização para o cálculo das tensões na secção:		
α_{t0} - coef. de homogeneização a tempo imediato	<input checked="" type="radio"/> $E_s/E_{cm}(t_0)$ 6,09 <input type="radio"/> Usar valor 6,09	
α_{tc} - coef. de homogeneização após a construção das paredes	<input checked="" type="radio"/> $E_s/E_{c,eff,t_c}$ 11,77 <input type="radio"/> Usar valor 11,77	
$\alpha_{=}$ - coef. de homogeneização a tempo infinito	<input checked="" type="radio"/> $E_s/E_{c,eff,=}$ 17,18 <input type="radio"/> Usar valor 17,18	

Figura 27. Separador “Coef. homogeneização”

Separador “Fendilhação”:

No separador “Fendilhação” (Figura 28) poderão ser alterados os valores dos coeficientes que entram no cálculo da abertura de fendas, assim como o valor limite para este parâmetro, podendo o utilizador considerar o valor previsto no EC2 em função da classe de exposição.

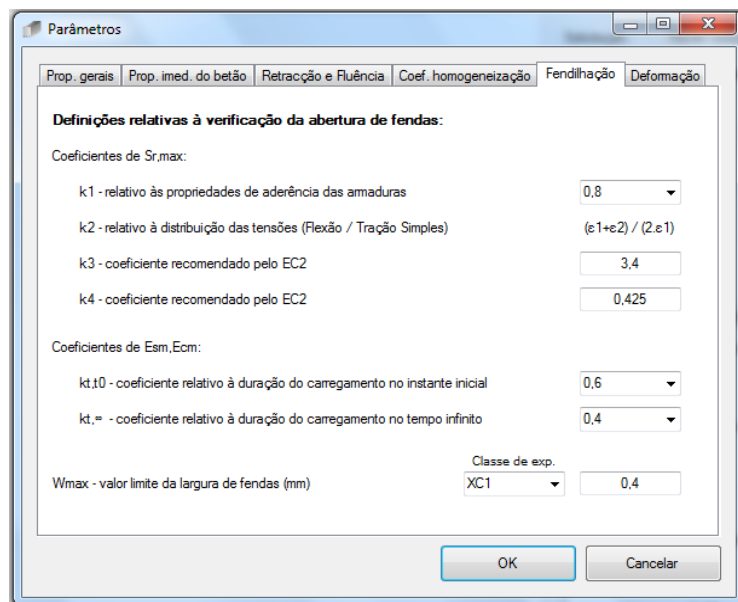


Figura 28. Separador “Fendilhação”

Separador “Fendilhação”:

Por fim, o utilizador poderá editar os valores do comprimento do elemento e do coeficiente de carregamento, os valores das cargas no instante após a construção, caso deseje considerar a flecha diferida, e os valores limite para as flechas, no separador “Deformação”, ilustrado na Figura 29.

Parâmetros

Prop. gerais | Prop. imed. do betão | Retração e Fluência | Coef. homogeneização | Fendilhação | **Deformação**

Definições relativas à verificação das flechas:

l - comprimento do elemento (m)

k - coeficiente de carregamento do elemento:

K = **0.1250** ☒ Caso carregamento
☐ Inserir valor

☒ Consideração da flecha diferida, susceptível de afectar outros elementos

☒ % Combinações Q.P.
☐ Inserir valores

Cargas existentes imediatamente após a construção das paredes:

Mtc (kN.m)
Ntc (kN)

Flech total máxima (m)
Flecha diferida máxima (m)

Figura 29. Separador “Deformação”

4.3.3.4. Esforços

É na última secção que é feita a consideração dos esforços, mediante a introdução dos seus valores para as três combinações abordadas em 2.1. O utilizador deverá seleccionar se deseja considerar momento fletor e/ou esforço axial, definindo se o segundo é de compressão ou tração, e introduzir os seus valores nos campos da Figura 30.

Esforços:

☒ M (kN.m) ☒ N (kN)

☒ Comp ☐ Trac

Car.
Fr.
Q.P.

Figura 30. Seleção dos esforços a atuar

Ao assinalar ou desassinalar algum dos esforços, será atualizada na Figura 21 uma indicação gráfica do tipo de esforços correntemente seleccionados.

4.3.4. Verificações

Após a correta inserção de todos os dados, a verificação aos SLS faz-se clicando no botão “Verificar SLS”, que se encontra no canto inferior esquerdo da janela principal. Caso tenham sido introduzidos corretamente todos os parâmetros, o programa efetuará os cálculos, surgindo no lado direito do formulário principal, conforme a Figura 31, a informação respeitante aos resultados obtidos.

Novo elemento

Materials: Betão C30/37, Aço A400, Características

Geometria: Rectangular

Definir secção

Propriedades: Definir parâmetros

Esforços: ☒ M (kN.m) ☒ N (kN), ☒ Comp ☐ Trac

Car.: 40, 300; Fr.: 35, 280; Q.P.: 30, 250

Verificar SLS

Esquema da secção:

Estado da secção: Solicitação: Flexão composta c/comp., Estado: Não Fisurada

Esquema genérico:

Consultar cálculos

Verificações:

Tensões Fendilhação Deformação

Comportamento linear da fluência

$\sigma_c, q, perm, t_0 = 3,36$ MPa < $0,45 f_{ck} = 13,50$ MPa ✓

Tensões de compressão no betão

$\sigma_c, caract, t_0 = 4,28$ MPa < $0,6 f_{ck} = 18,00$ MPa ✓

$\sigma_c, caract, = 3,96$ MPa < $0,6 f_{ck} = 18,00$ MPa ✓

Tensões de tração na armadura

$\sigma_s, caract, t_0 = 1,45$ MPa < $0,8 f_{yk} = 320,00$ MPa ✓

$\sigma_s, caract, = 1,14$ MPa < $0,8 f_{yk} = 320,00$ MPa ✓

Consultar valores das tensões e eixo neutro

Asup = 2Φ12, Ainf = 4Φ16

[m]

Figura 31. Vista geral do formulário principal, após verificação concluída

4.3.4.1. Estado da secção

Na secção da Figura 32, “Estado da secção”, aparecerão a informação do tipo de solicitação aplicada (em função da existência de M e N) e a indicação do estado da secção, associados a um grafismo que pretende ilustrar como é considerada a distribuição de tensões para esse estado, e para essa solicitação..

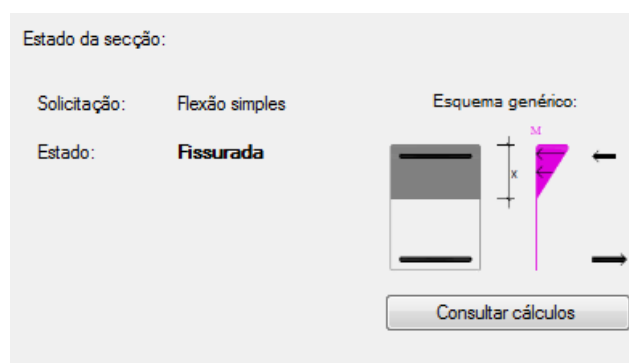


Figura 32. Informação do estado da secção

Clicando no botão “Consultar cálculos”, o utilizador acederá a uma janela onde poderá consultar os valores dos parâmetros envolvidos no cálculo, assim como a verificação das tensões de tração na fibra de betão mais tracionada, para cada uma das combinações de esforços, no instante inicial (Figura 33).

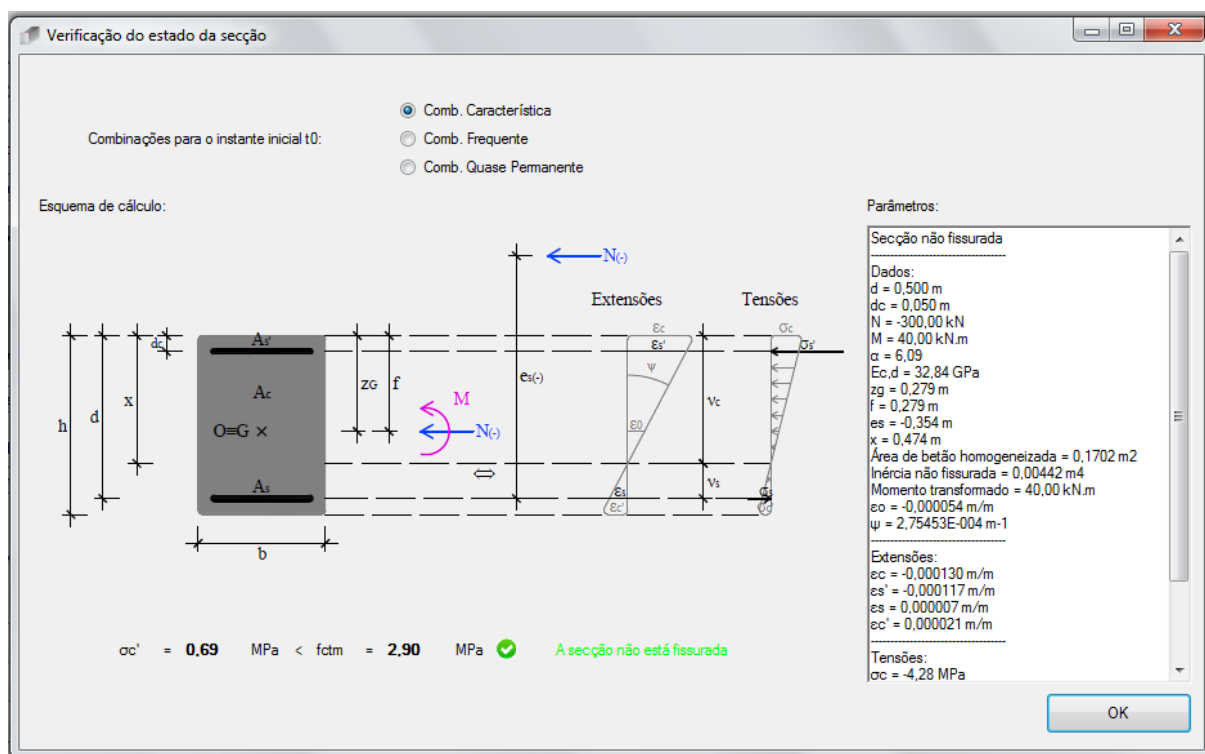


Figura 33. Informação do cálculo para verificação do estado da secção

4.3.4.2. Tensões

No primeiro separador da região do formulário destinada às verificações, intitulado de “Tensões”, surgirão os valores das tensões no betão e no aço, assim como uma indicação gráfica que comprovará se os valores instalados respeitam ou não os valores limite, conforme a Figura 34.

Verificações:

Tensões Fendilhação Defomação

Comportamento linear da fluência

$\sigma_c, q, perm, t_0 = 12,54$ MPa < $0,45 f_{ck} = 13,50$ MPa ✓

Tensões de compressão no betão

$\sigma_c, caract, t_0 = 15,05$ MPa < $0,6 f_{ck} = 18,00$ MPa ✓

$\sigma_c, caract, = 9,14$ MPa < $0,6 f_{ck} = 18,00$ MPa ✓

Tensões de tração na armadura

$\sigma_s, caract, t_0 = 322,52$ MPa < $0,8 f_{yk} = 320,00$ MPa ✗

$\sigma_s, caract, = 337,68$ MPa < $0,8 f_{yk} = 320,00$ MPa ✗

Consultar valores das tensões e eixo neutro

Figura 34. Informação da verificação das tensões

Caso pretenda consultar os valores das tensões e da posição do eixo neutro para cada um dos casos abordados pelo programa, o utilizador poderá aceder ao formulário da Figura 35, através do botão que contém essa descrição.

Tensões e eixo neutro

Situação:

☒ t0 Comb. Característica
☐ Comb. Frequente
☐ Comb. Quase Permanente

☐ tc Cargas Após Construção

☐ ∞ Comb. Característica
☐ Comb. Frequente
☐ Comb. Quase Permanente

Consultar cálculos

+ Tração - Compressão

$x = 0,111$

$\sigma_c = -7,53$
 $\sigma_c' = -25,13$

$\sigma_s = 161,26$
 $\sigma_s' = 0,00$

[m] [MPa]

OK

Figura 35. Informação dos valores das tensões e posição do eixo neutro

Analogamente a 4.3.4.1, o formulário permitirá ao utilizador consultar os valores dos parâmetros intermédios determinados no cálculo das tensões.

4.3.4.3. Fendilhação

No separador denominado de “Fendilhação” (Figura 36), estará disponível a informação relativa à verificação da largura das fendas da secção, para os dois instantes abordados.

Verificações:

Tensões Fendilhação Deformação

Verificação da abertura de fendas

w_k

$W_{k, t0} = 0,065 \text{ mm} < W_{max} = 0,400 \text{ mm}$ ✓

$W_{k, =} = 0,068 \text{ mm} < W_{max} = 0,400 \text{ mm}$ ✓

Consultar cálculos

Figura 36. Informação da verificação da abertura de fendas

O botão “Consultar cálculos” permitirá o acesso ao formulário da Figura 37, onde constarão os parâmetros envolvidos no cálculo e uma ilustração gráfica sobre alguns deles.

Cálculo da abertura de fendas

Esquema de cálculo:

Parâmetros:

☒ t0 ☐ =

Dados:

$d = 0,500 \text{ m}$
 $c = 0,042 \text{ m}$
 $k1 = 0,800$
 $e1 = 0,000455 \text{ m}$
 $e2 = 0,000000 \text{ m}$
 $k2 = 0,500$
 $k3 = 3,400$
 $k4 = 0,425$
 $Kt = 0,600$

$Sr, max:$
 $\Phi_{eq} = 0,016 \text{ m}$
 $h_{c, eff} = 0,125 \text{ m}$
 $A_{c, eff} = 0,0375 \text{ m}$
 $p_{c, eff} = 0,021$
 $Sr, Max = 0,270 \text{ m}$

OK

Figura 37. Informação do cálculo da abertura de fendas

4.3.4.4. Deformação

No último separador, “Deformação”, constarão o comprimento e o coeficiente de carregamento do elemento, assim como a indicação de que os valores das flechas se encontram dentro dos limites definidos previamente, tal e qual como ilustrado na Figura 38.

Verificações:

Tensões Fendilhação **Deformação**

Verificação da flecha

Comprimento do elemento (l) **4,8** m

Coeficiente de carregamento do elemento (k) **0,125**

$\delta_{Total} = 0,00164 \text{ m} < L/250 = 0,01920 \text{ m}$ ✓

$\delta_{Diferida} = 0,00043 \text{ m} < L/500 = 0,00960 \text{ m}$ ✓

Consultar cálculos

Figura 38. Informação da verificação das flechas

Analogamente, poderá encontrar na Figura 39 uma ilustração acerca das flechas e os valores dos parâmetros envolvidos no seu cálculo.

Cálculo da flecha

Esquema genérico das flechas:

Parâmetros:

Dados:
 $l = 4,800 \text{ m}$
 $k = 0,125$
 $\zeta = 0,61$

Flecha total:
 $M_{qperm} = 30,00 \text{ kN.m}$
 $N_{qperm} = 0,00 \text{ kN}$
 $E_{c,d} = 11,91 \text{ GPa}$
 $x_{NFiss} = 0,286 \text{ m}$
 $I_{n\text{ão fissurada}} = 0,00496 \text{ m}^4$
 $x_{Fiss} = 0,165 \text{ m}$
 $I_{n\text{ércia fissurada}} = 0,00201 \text{ m}^4$
 $1/m = 9,59072E-004 \text{ m}^{-1}$
 $1/rcs = -3,89762E-004 \text{ m}^{-1}$
 $\delta_{tot} = 0,00164 \text{ m}$

Flecha após construção:
 $M_{tc} = 15,00 \text{ kN.m}$
 $N_{tc} = 0,00 \text{ kN}$

OK

Figura 39. Informação do cálculo das flechas

5. EXEMPLOS PRÁTICOS

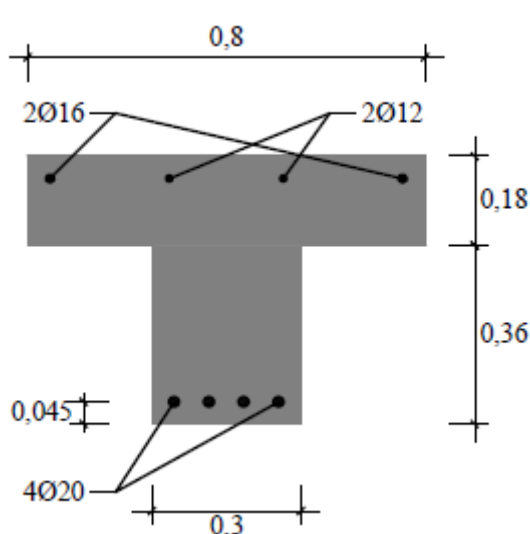
Nesta secção são apresentados dois exemplos práticos de verificação de elementos em serviço, utilizando o *XD-ConServ*, de forma a exemplificar como pode ser utilizado o programa.

Como foi referido anteriormente, o *XD-ConServ* permite a gravação dos dados e a exportação de relatórios de cálculo. Desta forma, são fornecidos junto a este documento os ficheiros .csrv correspondentes aos dois exemplos abordados, apresentando-se nos anexos IV e V os relatórios correspondentes, onde poderá consultar os valores que abaixo se analisam.

5.1.Exemplo 1: Viga de secção em T sujeita a flexão simples

5.1.1. Dados

O primeiro exemplo diz respeito a uma viga contínua sujeita a flexão simples, que se prevê carregada aos 20 dias de idade, e cuja classe de exposição é XC3. A humidade relativa prevista é de 80%, sendo que o elemento não possui nenhuma das suas faces diretamente exposta. Considera-se ainda que a viga está integrada num edifício em que a sua deformação poderá perturbar as paredes, sendo prevista a conclusão da construção destas 50 dias após a betonagem da viga. A geometria e os materiais são os indicados na Figura 40:



Betão: C35/45

$f_{ck} = 35,00 \text{ MPa}$

$f_{cm} = 43,00 \text{ MPa}$

$f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$

$E_{cm} = 34,08 \text{ GPa}$

Aço: A500

$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

$E_s = 200 \text{ GPa}$

Cimento:

Classe R

Figura 40. Esquema da secção e dados dos materiais (exemplo 1)

Como são consideradas classes pré-definidas para o aço e o betão, não é necessária a inserção das suas propriedades, tendo apenas de se seleccionar a classe desejada. Ao inserir os dados geométricos, visto que na armadura superior existem duas secções de varão diferentes, tem que se considerar a área total e o diâmetro equivalente dos varões. Neste caso, os valores obtidos pelo programa são, respetivamente, $6,28 \text{ cm}^2$ e $14,29 \text{ mm}$.

Inserem-se os valores em conformidade com o descrito, e o programa assume por defeito que os coeficientes de homogeneização são a razão entre E_s e E_c para os vários instantes, que é o pretendido.

Relativamente à fendilhação, define-se valor de k_1 para armaduras de alta resistência: 0,8. Para k_3 e k_4 deixam-se os valores indicados no EC2, 3,4 e 0,425. k_2 é determinado pelo programa em função do tipo de solicitação, e deixam-se os valores de k_t inalterados, pois estão a considerar uma carga de curta duração para o instante t_0 , e uma carga de longa duração para o tempo infinito. A seleção da classe de exposição XC3 permite-nos automaticamente considerar o valor máximo para a largura de fendas igual a $0,3 \text{ mm}$.

Para a consideração do factor de carregamento no cálculo da flecha, são necessários os valores dos momentos a meio vão e nas extremidades, para uma das combinações, de modo a obter o valor de k . Na Figura 41 apresentam-se estes valores para a combinação característica, assim como o comprimento e os momentos a meio vão para as restantes combinações.

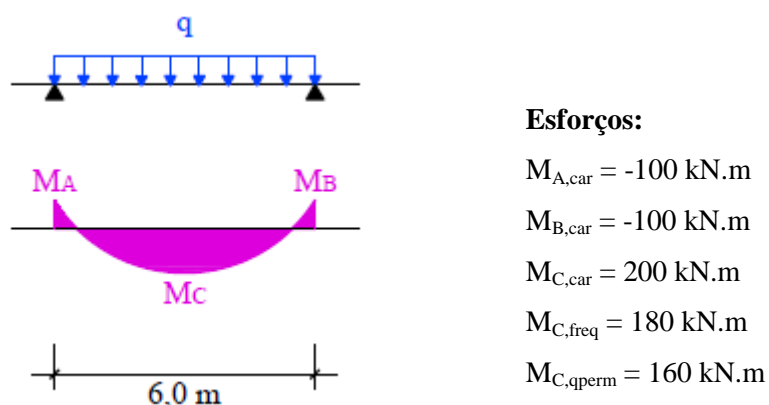


Figura 41. Esquema do carregamento e esforços considerados (exemplo 1)

Desta forma, o valor obtido para o k é de 0,1144. Por defeito, a aplicação assume a verificação da flecha diferida, considerando que 25 % das cargas permanentes atuam apenas após a construção das paredes. Sendo assim, o programa subtrai à flecha total a flecha para os

75 % complementares (traduzem-se, neste caso, em $M = 120 \text{ kN.m}$), que estão instalados no instante t_c , obtendo a flecha diferida.

5.1.2. Resultados

A Figura 42 ilustra a janela principal do programa, após a execução da verificação, sendo visíveis a indicação do estado da secção e a verificação das tensões instaladas.

XD-ConServ

Ficheiro Editar Ver Ferramentas Ajuda

Materiais:
 Betão: C35/45
 Aço: A400

Geometria:
 Em T

Propriedades:
 Definir parâmetros

Esforços:
☒ M (kN.m) ☐ N (kN)
☒ Comp ☐ Trac

Car.: 200
 Fr.: 180
 Q.P.: 160

Verificar SLS

Esquema da secção:

Exemplo 1

0.8
 0.18
 0.36
 0.045
 0.3

Asup = 6,28 cm²
 Ainf = 4Φ20

Estado da secção:
 Solicitação: Flexão simples
 Estado: **Fissurada**

Verificações:

Tensões | Fendilhação | Deformação

Comportamento linear da fluência

$\sigma_c, q, perm, t_0 = 9,62 \text{ MPa} < 0,45 f_{tk} = 15,75 \text{ MPa}$ ✓

Tensões de compressão no betão

$\sigma_c, caract, t_0 = 12,03 \text{ MPa} < 0,6 f_{tk} = 21,00 \text{ MPa}$ ✓

$\sigma_c, caract, = 7,60 \text{ MPa} < 0,6 f_{tk} = 21,00 \text{ MPa}$ ✓

Tensões de tração na armadura

$\sigma_s, caract, t_0 = 341,68 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 320,00 \text{ MPa}$ ✗

$\sigma_s, caract, = 352,48 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 320,00 \text{ MPa}$ ✗

Consultar valores das tensões e eixo neutro

Figura 42. Formulário principal após verificação (exemplo 1)

5.1.2.1. Estado da secção

O programa determina que a secção se encontra fissurada, dado que a tensão obtida para a fibra de betão mais tracionada, igual a 9,91 MPa, é superior ao valor de f_{ctm} , tendo em conta as características do betão aos 20 dias e as três combinações.

5.1.2.2. Tensões

Relativamente à fluência, o resultado que se obtém para as tensões no betão comprimido permite validar a consideração de um comportamento linear para este efeito. As tensões de compressão no betão para a combinação característica, no instante inicial e para tempo infinito, são igualmente inferiores aos correspondentes valores limite, enquanto as tensões na

armadura à tração, para as mesmas situações, superam os valores que permitem considerar que a verificação é satisfeita.

Na Figura 43 apresenta-se a janela visualização das tensões, para o tempo infinito e para a combinação característica, onde se pode comprovar o valor de 352,48 MPa para a tensão na armadura inferior, superior a $0,8f_{yk}$, limite que neste caso é igual a 320,00 MPa.

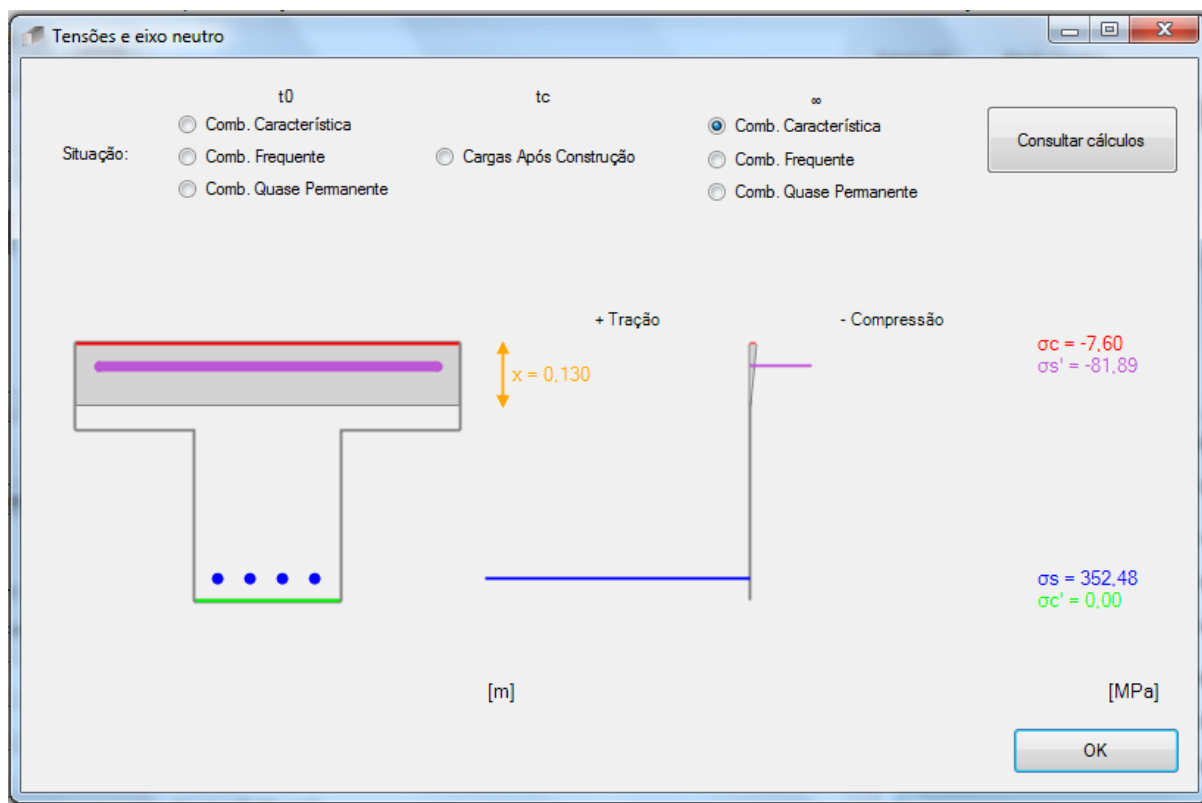


Figura 43. Tensões para a combinação característica a tempo infinito (exemplo 1)

5.1.2.3. Abertura de fendas

Os valores determinados para a largura das fendas são $wk_{q,perm,t0} = 0,223$ mm e $wk_{q,perm,\infty} = 0,238$ mm. Ambos os valores são inferiores ao valor limite, igual a 0,3 mm, pelo que ambos são verificados.

5.1.2.4. Flecha

Obtém-se o valor de 0,01151 m para a flecha total, verificando desta forma a segurança, já que é inferior a $1/250 = 0,02400$ m. O mesmo acontece com a flecha diferida, cujo valor de 0,00157 m é suficientemente pequeno para estar abaixo do limite $1/500 = 0,01200$ m.

5.2.Exemplo 2: Pilar de secção quadrada sujeito a flexão composta

5.2.1. Dados

Como segundo exemplo, é considerado um pilar com 3,5 m situado no exterior de um edifício, com as dimensões e características da Figura 44, admitindo-se valores para as propriedades do betão provenientes, por exemplo, de ensaios. O pilar está exposto a uma humidade relativa de 80% e a uma classe de exposição de XD1, e considera-se que ele é carregado após os 28 dias.

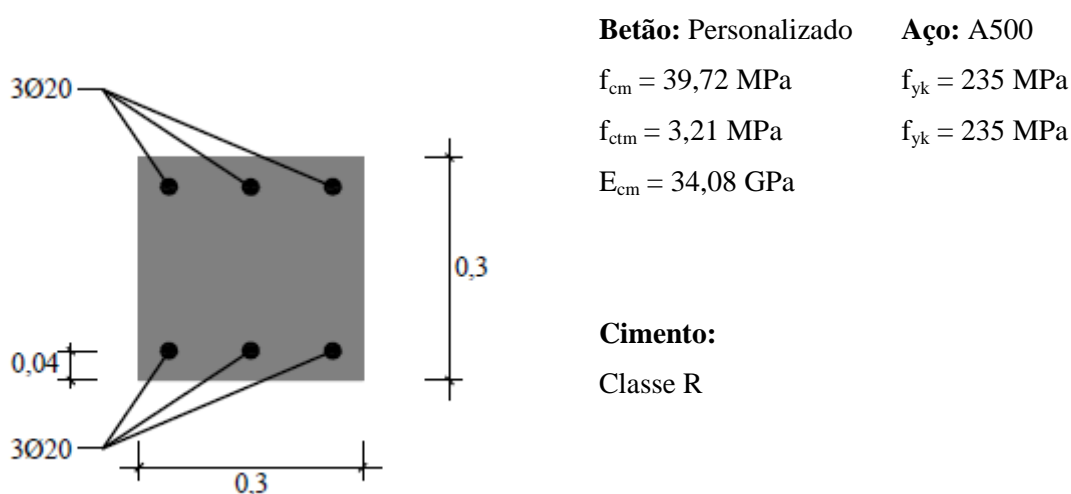


Figura 44. Esquema da secção e dados dos materiais (exemplo 2)

Inserem-se as propriedades do betão no formulário individualmente, definindo-se o valor de f_{yk} 8 MPa abaixo do valor de f_{cm} , ou seja, 31,72 MPa, e escolhem-se as propriedades do aço em função da sua classe.

A introdução dos restantes parâmetros decorre identicamente ao exemplo anterior, não sendo necessária a consideração da flecha diferida na deformação, visto que, ao longo do seu desenvolvimento, o pilar não está em contato com paredes ou outros elementos. Quanto ao k , é determinado o seu valor com base no esquema de momentos fletores da Figura 45, onde estão também representados os valores do esforço normal e do momento fletor para as três combinações. O valor determinado é de 0,1250.

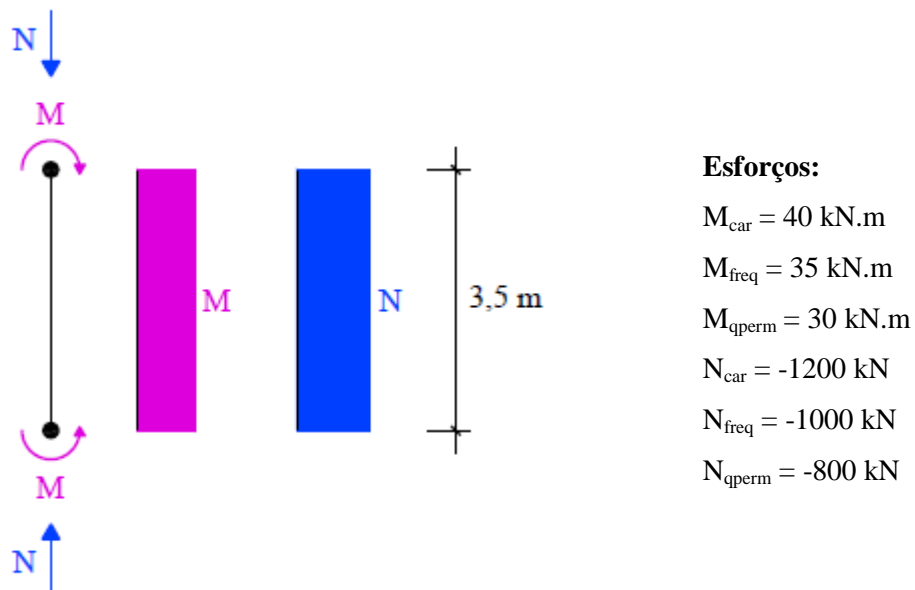


Figura 45. Esquema do carregamento e esforços considerados (exemplo 2)

5.2.2. Resultados

Após ordenar a verificação ao programa, obtém-se o formulário da Figura 46:

XD-ConServ

Ficheiro Editar Ver Ferramentas Ajuda

Materiais:
 Betão: Person...
 Aço: A235
 Características

Geometria:
 Rectangular

Definir secção

Propriedades:
 Definir parâmetros

Esforços:
☒ M (kN.m) ☒ N (kN)
☒ Comp ☐ Traç

Car.: 40 1200
 Fr.: 35 1000
 Q.P.: 30 800

Verificar SLS

Esquema da secção:
Exemplo 2

Dimensões: 0,3 m (largura), 0,3 m (altura), 0,04 m (espessura)

Estado da secção:
 Solicitação: Flexão composta c/comp.
 Estado: Não Fisurada

Verificações:
 Tensões Fendilhação Deformação

Comportamento linear da fluência
 $\sigma_{c,perm,t0} = 13,93 \text{ MPa} < 0,45 f_{ck} = 14,27 \text{ MPa}$ ✓

Tensões de compressão no betão
 $\sigma_{c,caract,t0} = 19,93 \text{ MPa} < 0,6 f_{ck} = 19,03 \text{ MPa}$ ✗
 $\sigma_{c,caract,=} = 16,51 \text{ MPa} < 0,6 f_{ck} = 19,03 \text{ MPa}$ ✓

Tensões de tração na armadura
 $\sigma_{s,caract,t0} = -35,50 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 188,00 \text{ MPa}$ ✓
 $\sigma_{s,caract,=} = -85,58 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 188,00 \text{ MPa}$ ✓

Consultar valores das tensões e eixo neutro

Figura 46. Formulário principal após verificação (exemplo 2)

5.2.2.1. Estado da secção

Verifica-se que a secção não se encontra fissurada, ou seja, que o maior valor da tensão de tração instalada no betão é inferior ao f_{ctm} considerado.

5.2.2.2. Tensões

As tensões no betão para a combinação quase permanente permite, à semelhança do exemplo 1, a consideração de um comportamento linear da fluência.

Analisando a Figura 47, observa-se que o conjunto de esforços $M + N$ faz com que o eixo neutro caia fora da secção, levando a que todas as tensões no betão e no aço sejam de compressão. Apesar de só estar aqui representado um dos casos, a consulta do ficheiro Exemplo 2.csvr confirmará que o mesmo se passa nos restantes.

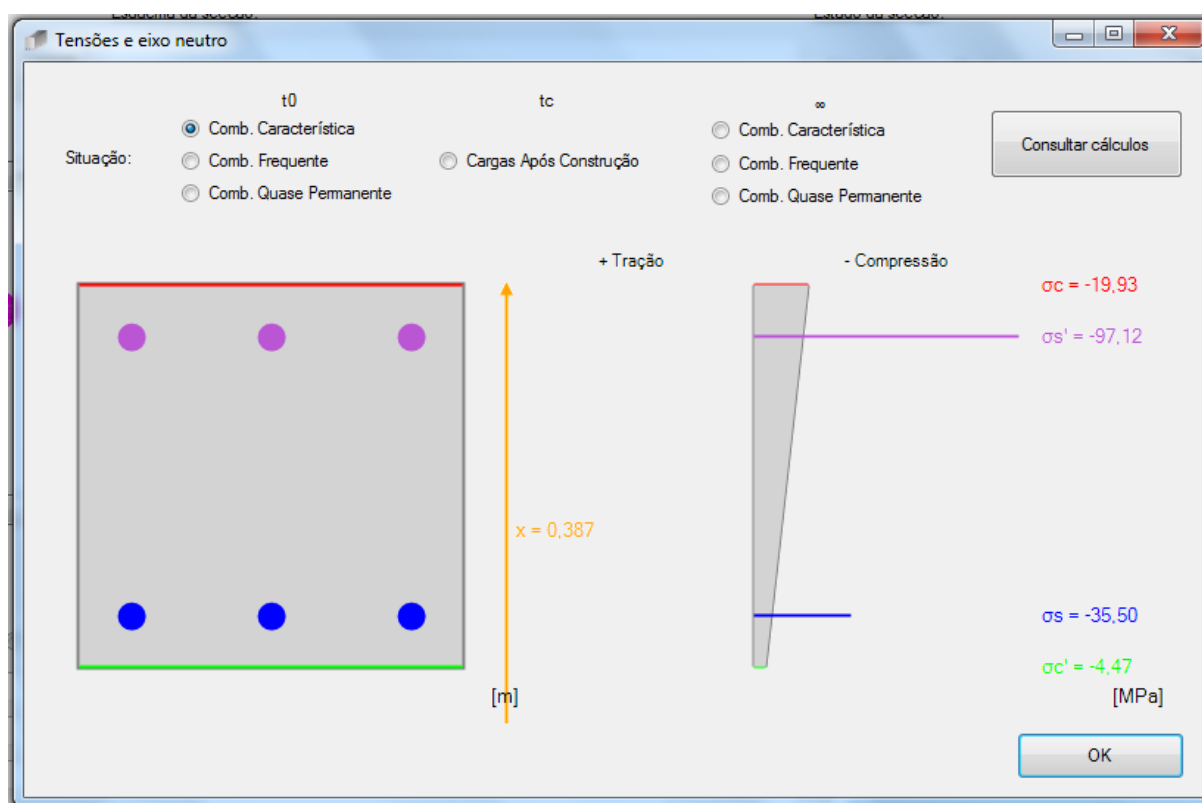


Figura 47. Tensões para a combinação característica no tempo inicial (exemplo 2)

Sendo assim, comprova-se a verificação das tensões de tração na armadura, já que estas nunca assumem valores negativos, ou seja, de compressão. No betão, as maiores tensões de compressão no instante inicial são superiores a $0,6 f_{ck}$, não obedecendo desta forma ao critério imposto, apesar de ao longo do tempo a fluência e a retração baixarem os seus valores, ao ponto de verificarem segurança para o tempo infinito.

5.2.2.3. Fendilhação

Dado que a secção não se encontra fissurada, o cálculo e verificação da abertura de fendas não se aplica, surgindo esta mesma indicação no seu separador.

5.2.2.4. Deformação

Por fim, comprova-se que o valor da flecha é inferior ao limite imposto, já que a flecha determinada é de 0,00664 m, menos de metade do limite máximo imposto de 0,01400 m, que corresponde à divisão do 1 por 250.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1. Conclusões

Considera-se que foram atingidos os objetivos propostos, já que o programa permite a verificação de elementos com forma de barra aos SLS, para as secções de geometria mais comuns, podendo ser considerados os esforços de compressão, tração e de momento fletor, em simultâneo ou isoladamente. Tal como definido, esta averiguação é feita segundo o cálculo das tensões, a determinação da largura de fendas, e a previsão da flecha máxima, limitando-os para os valores estabelecidos no EC2.

A interface criada possibilita uma rápida compreensão do estudante ou do projetista de como o utilizar, mesmo sem uma prévia leitura do manual e da memória de cálculo disponibilizados. Isto deve-se, em parte, à existência de indicações gráficas, e à divisão dos conteúdos por vários formulários, que tornam a utilização do programa pouco confusa. Ainda, a possibilidade de edição de praticamente todos os dados existentes nestes formulários, confere-lhe uma importante versatilidade e uma boa abrangência.

A apresentação da maior parte dos parâmetros intermédios de cálculo representa uma mais-valia para projetos e estudos académicos, permitindo ao utilizador comparar os resultados com outros obtidos por folhas de cálculo ou pela resolução faseada de exercícios, assim como analisar a sensibilidade dos resultados a cada um dos parâmetros, de uma forma relativamente célere.

A capacidade de guardar dados, de associar informações sobre o elemento, e de imprimir relatórios de cálculo, garante ao projetista uma solução mais funcional e prática, facultando a posterior reformulação de alguns dos parâmetros de cálculo, assim como uma fácil anexação dos resultados obtidos a outros documentos.

A consideração da linguagem C# permite ao programa ser usado na maior parte dos computadores, já que corre no sistema operativo *Windows*, e revelou-se apropriada ao tipo de aplicação desenvolvida, proporcionando facilmente a alteração das funcionalidades existentes, ou a adição de novas.

6.2.Desenvolvimentos futuros

Com o objetivo de melhorar o que já foi alcançado com a realização deste programa, poderá ser reformulado o código de modo a contemplar algumas das especificações não tidas em conta, como por exemplo a consideração de um comportamento da fluência não linear, ou a consideração do efeito da temperatura no cálculo do coeficiente de fluência.

O alargamento do âmbito do programa poderá ser atingido considerando mais linhas de armadura ordinária ou armaduras de pré-esforço, prevendo os seus recobrimentos, ou prevendo mais tipos de geometrias, como por exemplo secções circulares ocas.

Será também interessante a aplicação das fórmulas do EC2 a elementos do tipo laje, ou a consideração da evolução do carregamento do elemento, embora a segunda possivelmente torne a utilização do programa bastante menos expedita.

Finalmente, será bastante proveitosa a inclusão de outros idiomas, nomeadamente o inglês, pois permitirá um grande alargamento do leque de potenciais utilizadores do programa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Appleton, J. (2005). *Construções em betão - Nota histórica sobre a sua evolução*. Instituto Superior Técnico. Documento não publicado: págs.
2. Bond, A. J., Brooker, O., Harris, A. J., Harrison, T., Moss, R. M., Narayanan, R. S. e Webster, R. (2006). *How to design concrete structures using Eurocode 2*, The Concrete Center págs.
3. Cachim, P. (2009). *Apontamentos de estruturas de betão armado*. Universidade de Aveiro págs.
4. CEN (2010). *Eurocódigo 2 - Projecto de estruturas de betão*. **NP EN 1992-1-1: 2010** págs.
5. Ghali, A., Favre, R. e Elbadry, M. (2002). *Concrete sections: stresses and deformations*. CRC Press. Livro: págs.
6. Schildt, H. (2008). *C# 3.0: A Beginner's Guide*. Osborne Mcgraw Hill. Livro: págs.

ANEXOS

Anexo I: Cálculo do coeficiente de fluência

Anexo II: Cálculo da extensão de retração

Anexo II: Coeficientes de carregamento

Anexo IV: Relatório de cálculo do exemplo 1

Anexo V: Relatório de cálculo do exemplo 2

ANEXO I – CÁLCULO DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA

O coeficiente de fluência para um dado instante t , $\phi(t, t_0)$, poderá ser calculado a partir de:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (55)$$

em que:

ϕ_0 coeficiente de fluência que poderá ser calculado a partir de:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (56)$$

ϕ_{RH} fator que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / 100}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (57)$$

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH / 100}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (58)$$

RH humidade relativa do meio ambiente, em %;

$\beta(f_{cm})$ fator que tem em conta a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência convencional:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (59)$$

f_{cm} valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, em MPa, aos 28 dias de idade;

$\beta(t_0)$ fator que tem em conta a influência da idade do betão à data do carregamento no coeficiente de fluência:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_{i0}^{0,20})} \quad (60)$$

h_0 espessura equivalente do elemento, em mm, em que:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (61)$$

A_c área da secção transversal;

u parte do perímetro do elemento em contato com o ambiente;

$\beta_c(t, t_0)$ coeficiente que traduz a evolução da fluência no tempo, após o carregamento, e que poderá ser estimado pela seguinte expressão:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (62)$$

t idade do betão, em dias, na data considerada;

t_0 idade do betão, em dias, à data do carregamento;

$t - t_0$ duração não corrigida do carregamento, em dias;

β_H coeficiente que depende da humidade relativa (RH em %) e da espessura equivalente do elemento (h_0 em mm). Pode ser estimado a partir de:

$$\beta_H = 1,5 \left[1 + (0,012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (63)$$

$$\beta_H = 1,5 \left[1 + (0,012RH)^{18} \right] h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (64)$$

$\alpha_{1/2/3}$ coeficientes que têm em conta a influência da resistência do betão:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (65)$$

ANEXO II – CÁLCULO DO EXTENSÃO DE RETRAÇÃO

A extensão total de retração, ε_{cs} , é dada por:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (66)$$

em que:

ε_{cd} extensão de retração por secagem;
 ε_{ca} extensão total autógena;

Extensão de retração por secagem:

O valor final da extensão de retração por secagem, $\varepsilon_{cd,\infty}$, é dado por:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \varepsilon_{cd,0} \quad (67)$$

sendo:

$\varepsilon_{cd,0}$ extensão de secagem de referência, dada por:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}) \right] 10^{-6} \beta_{RH} \quad (68)$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (69)$$

onde:

f_{cm} valor médio da tensão de rotura do betão à compressão (MPa);
 f_{cm0} = 10 MPa;
 α_{ds1} coeficiente que depende do tipo de cimento:
 = 3 para cimento da Classe S;
 = 4 para cimento da Classe N;
 = 6 para cimento da Classe R;
 α_{ds2} coeficiente que depende do tipo de cimento:
 = 0,13 para cimento da Classe S;
 = 0,12 para cimento da Classe N;
 = 0,11 para cimento da Classe R;
 RH humidade relativa ambiente (%);

$$RH_0 = 100\%.$$

e em que:

k_h coeficiente que depende da espessura equivalente, h_0 , de acordo com a Tabela 4:

Tabela 4. Valores de k_h na expressão (67)

h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

A evolução com o tempo da extensão de retração por secagem, $\varepsilon_{cd}(t)$, é obtida por:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \varepsilon_{cd, \infty} \quad (70)$$

em que:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}} \quad (71)$$

onde:

t idade do betão na data considerada, em dias;

t_s idade do betão (dias) no início da retração por secagem (ou expansão);

normalmente corresponde ao fim da cura;

h_0 espessura equivalente (mm) da secção transversal = $2 A_c/u$;

sendo:

A_c área da secção transversal do betão;

u perímetro da parte da secção transversal exposta à secagem.

Extensão de retração autógena:

A extensão de retração autógena é obtida por:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (72)$$

em que:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad (73)$$

e:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}) \quad (74)$$

com t expresso em dias.

ANEXO III – COEFICIENTES DE CARREGAMENTO




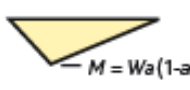




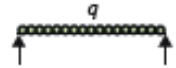


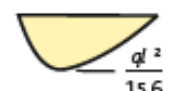
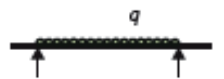



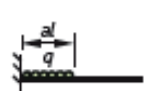
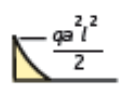

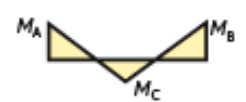
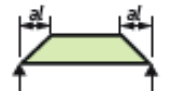

Loading	Bending moment diagram	K
		0,125
		$\frac{3-4a^2}{48(1-a)}$ If $a = \frac{1}{2}$, $K = \frac{1}{12}$
		0,0625
		$0,125 - \frac{a^2}{6}$
		0,104
		0,102
		$K = 0,104 \left(1 - \frac{\beta}{10}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		End deflection $= \frac{a(3-a)}{6}$ load at end $K = 0,333$
		$\frac{a(4-a)}{12}$ If $a = l$, $K = 0,25$
		$K = 0,083 \left(1 - \frac{\beta}{4}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		$\frac{1(5-4a^2)^2}{80(3-4a)}$

Figura 48. Coeficientes de carregamento do elemento segundo Bond *et al.* (2006)

ANEXO IV – RELATÓRIO DE CÁLCULO DO EXEMPLO 1



Relatório de verificação aos ELUt

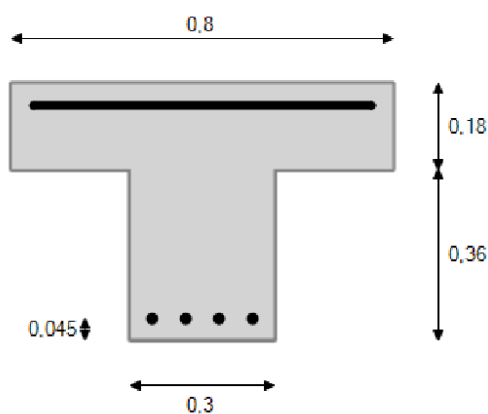
Dados do elemento:

Elemento:	Exemplo 1 - Viga	Projecto:	Dissertação
Empresa:	CivilXD	Local:	Campus de Santiago
Autor:	João Ferreira	Dono de obra:	Universidade de Aveiro

Materials:

Betão:	C35/45	Aço:	A400
f_{ck} (MPa):	35,00	f_{yk} (MPa):	400,00
f_{cm} (MPa):	43,00	E_s (GPa):	200,00
f_{ctm} (MPa):	3,21		
E_{cm} (GPa):	34,08		

Secção:



$$A_{sup} = 6,28 \text{ cm}^2$$

$$A_{inf} = 4\Phi 20$$

[m]

Esforços:

Solicitação: **FS** - compressão + tração

	Comb. Características	Comb. Frequentes	Comb. Q. Permanentes
M (kN.m)	200	180	160
N (kN)	0	0	0

Propriedades gerais:

Classe do cimento: **R** Humidade relativa (%) **80**

Perímetro exposto (m): **2,68**

Propriedades imediatas do betão:

t_0 – aplic. das cargas (dias): **20**

$\beta_{cc}(t_0)$: **0,96** $f_{cm}(t_0)$ (MPa): **41,45**

$f_{ctm}(t_0)$ (MPa): **3,09** $E_{cm}(t_0)$ (GPa): **33,70**

Retração e fluência:

t_c – constr. das paredes (dias): **50**

ϵ_{cs,t_c} (m/m) **-0,00020** $\epsilon_{cs,\infty}$ (m/m) **=0,00041**

$\varphi(t_c, t_0)$: **0,83** $\varphi(\infty, t_0)$: **1,81**

E_{c,eff,t_c} (GPa): **18,64** $E_{c,eff,\infty}$ (GPa): **12,13**

Coefficientes de homogeneização:

α_{t_0} : **5,93** α_{t_c} : **10,73**

α_{∞} : **16,49**

Parâmetros da fendilhação:

k_1 : **0,8** k_2 : **0,5**

k_3 : **3,4** k_4 : **0,425**

k_{t,t_0} : **0,6** $k_{t,\infty}$: **0,4**

Parâmetros da deformação:

Comp. do elemento (m): **6** Cargas após construção:

Coef. de carregamento: **0,1144** N (kN): **0**

M (kN.m): **120**

Estado:Fissurada? **Sim****Verificações:****Tensões:**

Comportamento linear da fluência:

 $\sigma_{c,q,perm,t0} = 9,62 \text{ MPa} < 0,45 f_{ck} = 15,75 \text{ MPa}$ **Verifica**

Tensões de compressão no betão:

 $\sigma_{c,caract,t0} = 12,03 < 0,6 f_{ck} = 21,00 \text{ MPa}$ **Verifica** $\sigma_{c,caract,\infty} = 7,60 < 0,6 f_{ck} = 21,00 \text{ MPa}$ **Verifica**

Tensões de tração no aço:

 $\sigma_{s,caract,t0} = 341,68 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 320,00 \text{ MPa}$ **Não verifica** $\sigma_{s,caract,\infty} = 352,48 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 320,00 \text{ MPa}$ **Não verifica****Abertura de fendas:** $W_{k,c,q,perm,t0} = 0,223 \text{ mm} < W_{max} = 0,300 \text{ mm}$ **Verifica** $W_{k,c,q,perm,\infty} = 0,238 \text{ mm} < W_{max} = 0,300 \text{ mm}$ **Verifica****Flecha:** $\delta_{total} = 0,01151 \text{ m} < L/250 = 0,02400 \text{ m}$ **Verifica** $\delta_{diferida} = 0,00157 \text{ m} < L/500 = 0,01200 \text{ m}$ **Verifica**Data: **26-11-2012**

O autor,

ANEXO V – RELATÓRIO DE CÁLCULO DO EXEMPLO 2



Relatório de verificação aos ELUt

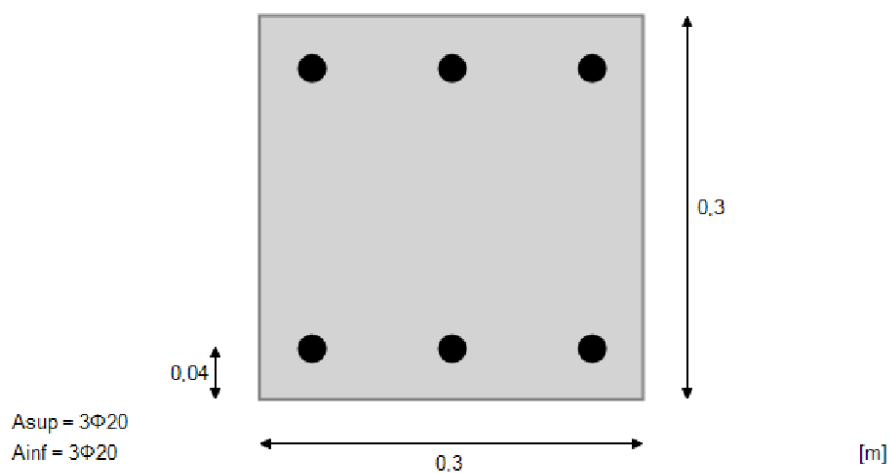
Dados do elemento:

Elemento:	Exemplo 2	Projecto:	Dissertação
Empresa:	CivilXD	Local:	Campus de Santiago
Autor:	João Ferreira	Dono de obra:	Universidade de Aveiro

Materiais:

Betão:	C30/37	Aço:	A235
f_{ck} (MPa):	31,72	f_{yk} (MPa):	235,00
f_{cm} (MPa):	39,72	E_s (GPa):	200,00
f_{ctm} (MPa):	3,27		
E_{cm} (GPa):	36,80		

Secção:



Esforços:

Solicitação: **FCcomp**

- compressão + tração

	Comb. Características	Comb. Frequentes	Comb. Q. Permanentes
M (kN.m)	40	35	30
N (kN)	-1200	-1000	-800

Propriedades gerais:

Classe do cimento: **R** Humidade relativa (%) **80**
 Perímetro exposto (m): **1,2**

Propriedades imediatas do betão:

t_0 – aplic. das cargas (dias): **28**
 $\beta_{cc}(t_0)$: **1,00** $f_{cm}(t_0)$ (MPa): **39,72**
 $f_{ctm}(t_0)$ (MPa): **3,27** $E_{cm}(t_0)$ (GPa): **36,80**

Retração e fluência:

t_c – constr. das paredes (dias): **80**
 ϵ_{cs,t_c} (m/m) **-0,00011** $\epsilon_{cs,\infty}$ (m/m) **-0,00034**
 $\varphi(t_c, t_0)$: **0,76** $\varphi(\infty, t_0)$: **1,66**
 E_{c,eff,t_c} (GPa): **20,88** $E_{c,eff,\infty}$ (GPa): **13,84**

Coefficientes de homogeneização:

α_{t_0} : **5,43** α_{t_c} : **9,58**
 α_{∞} : **14,45**

Parâmetros da fendilhação:

k_1 : **0,8** k_2 : **0,5**
 k_3 : **3,4** k_4 : **0,425**
 k_{t,t_0} : **0,6** $k_{t,\infty}$: **0,4**

Parâmetros da deformação:

Comp. do elemento (m): **3,5** Cargas após construção:
 Coef. de carregamento: **0,125** N (kN): **-600**
 M (kN.m): **22,5**

Estado:

Fissurada? **Não**

Verificações:

Tensões:

Comportamento linear da fluência:

$\sigma_{c,q,perm,t0} = 13,93 \text{ MPa} < 0,45 f_{ck} = 14,27 \text{ MPa}$ **Verifica**

Tensões de compressão no betão:

$\sigma_{c,caract,t0} = 19,93 < 0,6 f_{ck} = 19,03 \text{ MPa}$ **Não verifica**

$\sigma_{c,caract,\infty} = 16,51 < 0,6 f_{ck} = 19,03 \text{ MPa}$ **Verifica**

Tensões de tração no aço:

$\sigma_{s,caract,t0} = -35,50 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 188,00 \text{ MPa}$ **Verifica**

$\sigma_{s,caract,\infty} = -85,58 \text{ MPa} < 0,8 f_{yk} = 188,00 \text{ MPa}$ **Verifica**

Abertura de fendas:

$W_{k,c,q,perm,t0} = - \text{ mm} < W_{max} = - \text{ mm}$ **Não aplicável**

$W_{k,c,q,perm,\infty} = - \text{ mm} < W_{max} = - \text{ mm}$ **Não aplicável**

Flecha:

$\delta_{total} = 0,00664 \text{ m} < L/250 = 0,01400 \text{ m}$ **Verifica**

$\delta_{diferida} = \text{**FlecDif**} \text{ m} < \text{**RVDif**} = \text{**RVDifVal**} \text{ m}$ **Não considerado**

Data: **26-11-2012**

O autor,

